COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 JANVIER 1869.

PRÉSIDENCE DE M. CLAUDE BERNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE. — *Sur l'hydrogène dans ses rapports avec le palladium ; par* M. TH. GRAHAM (1).

« On a souvent affirmé, en se fondant sur des considérations chimiques, que le gaz hydrogène est la vapeur d'un métal extrêmement volatil. On est de même porté à croire que le palladium avec son hydrogène occlus n'est autre chose qu'un alliage, dans lequel la volatilité de l'un des éléments est comprimée par son union avec l'autre, et qui doit son aspect métallique également aux deux corps qui le composent. On jugera jusqu'à quel point cette théorie est vérifiée par les faits, en lisant l'examen suivant des propriétés du corps, que je proposerais, en admettant son caractère métallique, d'appeler *hydrogénium*.

1. *Densité.*

» La densité du palladium, après qu'il a été chargé de 800 ou 900 fois son volume de gaz hydrogène, s'abaisse sensiblement ; mais le changement qui

(1) L'Académie a décidé que cette communication, bien que dépassant en étendue les limites réglementaires, serait insérée en entier au *Compte rendu*.

temps le palladium, loin d'augmenter, diminua de densité, c'est-à-dire qu'il tomba de 12,38 à 12,12, ce qui prouve que la contraction du fil s'était effectuée seulement en longueur. C'est l'inverse de l'extension du fil par le procédé de tréfilage. On pourrait peut-être expliquer le retrait du fil, en supposant que le tréfilage a pour effet de laisser les molécules du métal dans un état de tension inégale, tension excessive dans le sens de la longueur du fil. Ces particules semblent devenir mobiles et reprendre leur équilibre à mesure que l'hydrogène se dégage, et le fil se contracte en longueur en même temps qu'il se dilate en sens contraire, ainsi que le démontre sa densité finale.

» *Deuxième expérience.* — Une autre portion du même fil de palladium fut chargée d'hydrogène par le même procédé. On trouva les résultats suivants :

Longueur du fil de palladium	$488^{mm},976$
Le même avec $857^{vol},15$ de gaz occlus	495,656
Allongement linéaire	6,68
Allongement linéaire sur 100	1,3663
Dilatation cubique sur 100	4,154
Poids du fil de palladium	$1^{gr},0667$
Volume du fil de palladium	$0^{cc},08672$
Volume du gaz hydrogène occlus	$75^{cc},2$
Poids du même	$0^{gr},00684$
Volume de l'hydrogénium	$0^{cc},003601$

» Calculée d'après ces résultats, la densité de l'hydrogénium est 1,898.

» *Troisième expérience.* — Le fil de palladium était neuf; on eut soin de le bien recuire avant de le charger d'hydrogène; il fut exposé au pôle négatif pendant deux heures, après quoi il cessa de s'allonger :

Longueur du fil de palladium	$556^{mm},185$
Le même avec $888^{vol},303$ d'hydrogène	563,632
Allongement linéaire	7,467
Allongement linéaire sur 100	1,324
Expansion cubique sur 100	4,025
Poids du fil de palladium	$1^{gr},1675$
Volume du fil de palladium	$0^{cc},0949$
Volume du gaz hydrogène occlus	$84^{cc},3$
Poids du même	$0^{gr},007553$
Volume de l'hydrogénium	$0^{cc},003820$

» D'après ces résultats, le calcul donne la densité de l'hydrogénium égale à 1,977.

» Il était indispensable d'admettre, dans cette discussion, que les deux métaux ne se contractent ni ne se dilatent, mais qu'ils gardent leur volume propre en s'unissant. M. Matthiessen a démontré que généralement, dans la formation des alliages, les métaux conservent à peu près leurs densités primitives (1).

» Il est probable que le maximum d'absorption du gaz par le fil, savoir 935^{vol},67, fut atteint dans la première expérience déjà décrite. On peut charger le palladium d'une proportion quelconque d'hydrogène plus faible, en diminuant la durée de l'exposition au gaz (329 volumes d'hydrogène furent absorbés en vingt minutes), et l'on a ainsi un moyen d'observer si la densité de l'hydrogénium reste constante, ou si elle varie avec la proportion d'hydrogène contenu dans l'alliage. Dans la Table suivante, qui comprend les trois expériences déjà décrites, on n'a indiqué que les points essentiels :

Volumes d'hydrogène occlus.	Dilatation linéaire en millimètres		Densité de l'hydrogénium.
	de	à	
329	496,189	498,552	2,055
462	493,040	496,520	1,930
487	370,358	373,126	1,927
745	505,538	511,303	1,917
867	488,976	495,656	1,898
888	556,185	563,652	1,977
936	609,144	618,923	1,708

» A ne comparer que la première et la dernière expérience, il semblerait que l'hydrogénium devient sensiblement plus dense quand la proportion en est faible, ainsi que le montrent les chiffres 1,708 et 2,055. Mais la dernière expérience est peut-être exceptionnelle, et toutes les autres indiquent une grande uniformité de densité. La densité moyenne de l'hydrogénium, d'après l'ensemble des expériences, mais en laissant de côté la dernière, est de 1,951, ou près de 2. Cette uniformité est en faveur de la méthode suivie dans la détermination de la densité de l'hydrogénium.

» Quand on charge d'hydrogène et qu'on décharge à plusieurs reprises le même fil de palladium, on observe toujours le singulier *retrait* déjà décrit, qui paraît se reproduire indéfiniment.

» Les dilatations ci-dessous, causées par une charge variable d'hydro-

(1) *Philosophical Transactions*, 1860, p. 177.

gène, furent suivies, après l'expulsion du gaz, des retraits mentionnés en regard :

	Allongement.	Retrait.
	mm	mm
1re expérience	9,77	9,70
2e »	5,765	6,20
3e »	2,36	3,14
4e »	3,482	4,95
		23,99

» Le fil de palladium, qui dans l'origine mesurait 609mm,144, a subi, après quatre décharges successives d'hydrogène, une contraction permanente de 23mm,99, c'est-à-dire une diminution de 5,9 pour 100 sur sa longueur primitive. Avec une autre portion de fil, après plusieurs décharges, la contraction s'éleva jusqu'à 15 pour 100 de la longueur primitive. On remarquera que les contractions sont plus considérables que les allongements correspondants, surtout dans le cas d'une faible charge d'hydrogène. La densité du fil contracté était de 12,12 ; il ne s'était donc produit aucune condensation générale des molécules du métal. Le fil se rétrécit en longueur seulement.

» Dans les expériences précédentes, on chassa l'hydrogène en exposant le palladium, placé dans un tube de verre, à une chaleur modérée inférieure au rouge, et en faisant le vide au moyen d'un aspirateur Sprengel ; mais on suivit aussi une autre méthode pour retirer le gaz : on employa le fil comme électrode positive, et l'on produisit ainsi un dégagement d'oxygène à sa surface. Il se forme dans ces conditions une légère couche d'oxyde de palladium, mais elle ne paraît nullement s'opposer à l'extraction et à l'oxydation de l'hydrogène.

» Le fil mesurait :

		Différence.
	mm	mm
Avant la charge	443,25	
Avec l'hydrogène	449,90	+ 6,68
Après décharge	437,31	— 5,94

» Le retrait du fil n'exige donc pas l'emploi d'une haute température. Cette expérience démontre en outre qu'on peut enlever d'une manière complète une forte charge d'hydrogène en l'exposant au pôle positif, pendant quatre heures dans le cas actuel. Car le fil, après ce traitement, ne donna point d'hydrogène lorsqu'on le chauffa dans le vide.

» Le même fil, qui avait déjà reçu plusieurs charges d'hydrogène, fut encore une fois exposé à une charge maxima, afin de savoir si son allonge-

ment sous l'influence de l'hydrogène pouvait ou non être facilité et devenir plus grand, à cause du retrait considérable qui l'avait précédé. Mais on ne constata rien de pareil, même après avoir chargé à plusieurs reprises le fil *rétracté*, et la dilatation conserva son rapport normal avec l'hydrogène absorbé. La densité finale du fil était de 12,18.

» Le fil rétracté a subi toutefois une modification d'un autre ordre, qui paraît indiquer un profond changement moléculaire. Le métal perd peu à peu une grande partie de sa puissance d'absorption. Le dernier fil, qui avait déjà reçu six charges d'hydrogène, fut de nouveau soumis pendant deux heures à l'action de ce gaz, et n'absorba que 320 volumes; une nouvelle expérience donna $330^{vol},5$. Le pouvoir absorbant du palladium avait donc été réduit au tiers de son maximum. Toutefois, ce pouvoir parut augmenter sous l'influence d'une forte chaleur rouge, qu'on obtint en faisant passer à travers le fil le courant électrique d'une pile. L'absorption s'éleva alors à 425 volumes d'hydrogène. Une seconde expérience fournit $422^{vol},5$.

» On s'assura de l'effet d'un simple recuit sur la longueur du fil de palladium, en l'exposant dans un tube de porcelaine à une forte chaleur rouge. Le fil mesurait $556^{mm},075$ avant, et $555^{mm},875$ après le recuit; ce qui équivaut à un faible retrait de $0^{mm},2$. Dans une seconde expérience avec une même longueur d'un fil neuf, il ne se produisit dans la longueur du fil aucun changement appréciable. On ne serait donc nullement fondé à attribuer, en quoi que ce soit, le retrait du fil après l'expulsion de l'hydrogène à la chaleur employée pour chasser le gaz. Le fil de palladium n'est que très-légèrement modifié dans ses propriétés physiques par le procédé du recuit, et conserve en grande partie sa dureté et son élasticité primitives.

» Le fil, après plusieurs décharges, se fendille longitudinalement, acquiert une structure semblable à celle du fil à coudre, et se désagrége profondément, surtout lorsque l'hydrogène a été chassé au moyen de l'électrolyse dans une liqueur acide. Dans ce dernier cas, l'acide dissout une petite quantité de palladium. Le métal semble en même temps recouvrer tout son pouvoir absorbant, car il est alors susceptible de condenser plus de 900 volumes d'hydrogène.

2. *Ténacité.*

» Un fil de palladium neuf, semblable au dernier, et dont 100 millimètres pesaient $0^{gr},1987$, se rompit, dans des expériences faites sur deux portions différentes, sous un poids de 10 kilogrammes et de $10^{kil},17$. Deux autres

portions du même fil complétement chargées d'hydrogène cédèrent à un poids de $8^{kil},18$ et de $8^{kil},27$. On a donc :

Ténacité du fil de palladium....................	100
» » » chargé d'hydrogène...	81,29

» La ténacité du palladium est donc amoindrie par l'addition de l'hydrogène, mais d'une manière peu considérable, et l'on se demande si le degré de ténacité qui subsiste est compatible avec aucune autre théorie que celle qui envisage le second élément en présence comme doué lui-même de la ténacité qu'on observe dans les métaux.

3. *Conductibilité électrique.*

» M. Becker, qui est fort au courant de la pratique des épreuves pour la détermination du degré de conductibilité électrique des fils métalliques, a essayé un fil de palladium, avant et après la charge d'hydrogène, comparativement avec un fil de maillechort de diamètre égal et de même longueur à 10°,5. On trouva pour les différents fils les degrés de conductibilité suivants, le cuivre pur étant égal à 100 :

Cuivre pur..................................	100
Palladium..................................	8,10
Alliage de 80 pour 100 de cuivre et 20 pour 100 de nickel..................................	6,63
Palladium et hydrogène..........................	5,99

» On observe généralement une diminution dans le pouvoir conducteur des alliages; aussi le palladium chargé tombe de 25 pour 100. Mais la conductibilité reste néanmoins considérable, et le résultat peut être regardé comme favorable au caractère métallique du second élément du fil.

4. *Magnétisme.*

» Il a été constaté par Faraday, comme résultat de toutes ses expériences, que le palladium était *réellement, quoique faiblement, magnétique*, et ce corps a été placé par lui au nombre de ce qu'on appelle maintenant les *métaux paramagnétiques*. Mais le faible magnétisme du palladium ne s'étendait pas à ses combinaisons salines.

» En répétant ces expériences, on se servit d'un électro-aimant de fer doux en fer à cheval, d'environ 15 centimètres de hauteur. Il pouvait supporter un poids de 60 kilogrammes sous l'action de quatre grands éléments de Bunsen. On a ainsi un aimant d'induction d'une force ordinaire.

L'instrument fut placé avec ses pôles dirigés en haut, chaque pôle étant pourvu d'un petit cube de fer doux se terminant latéralement par une pointe, comme une petite enclume. Le palladium soumis à l'expérience fut suspendu entre ces deux pointes au moyen d'un étrier de papier attaché à trois fibres de soie de cocon, d'une longueur de 3 décimètres, et le tout fut recouvert d'une cloche de verre. Un filament de verre attaché au papier se mouvait, en guise d'indicateur, autour d'un cercle de papier collé sur la cloche et divisé en degrés. Le métal, qui était un fragment oblong de palladium déposé par l'électricité, d'environ 8 millimètres de long et 3 millimètres de large, fut amené au repos dans une position équatoriale, c'est-à-dire avec ses extrémités également éloignées des pôles de l'aimant, lequel fut alors chargé par le contact avec la pile. On observa une légère déviation du palladium, de 10 degrés seulement, le magnétisme agissant contre la torsion du fil suspenseur. Le même palladium, chargé de $604^{vol},6$ d'hydrogène, éprouva une déflexion de 48 degrés, et se mit alors au repos. Le gaz ayant été ensuite chassé, et le palladium placé de nouveau dans le sens de l'équateur par rapport aux pôles de l'aimant, il ne se produisit pas la plus faible déviation. Il est donc évident que l'hydrogène accroît le faible magnétisme du palladium. Afin d'établir quelques termes de comparaison, on plongea la même petite masse de palladium déposé par l'électricité dans une solution de sulfate de nickel, ayant une densité de 1,082, qu'on sait être magnétique. La déviation s'éleva dans ce cas à 35 degrés, c'est-à-dire qu'elle était moindre que dans le cas de l'hydrogène. Lavé ensuite, et imprégné d'une solution de protosulfate de fer d'une densité de 1,048 (2,3 pour 100 du poids du palladium était absorbé), le palladium indiqua une déviation de 50 degrés, ou environ la même qu'avec l'hydrogène. Avec une solution plus forte du même sel, d'une densité de 1,17, la déflexion était de 90 degrés, et le palladium s'orienta dans la direction de l'axe.

» Le palladium, sous forme de fil ou de feuille, n'éprouva aucune déviation, lorsqu'on le plaça dans le même appareil, dont la sensibilité médiocre était, dans ces circonstances, un véritable avantage. Mais, après avoir été chargé d'hydrogène, le palladium sous cette forme subit régulièrement une déviation de 20 degrés. Un lavage du fil ou de la feuille à l'acide chlorhydrique, dans le but d'enlever toutes traces possibles de fer, ne modifia pas ce résultat. Le palladium déposé d'une solution de cyanure, ou bien précipité au moyen de l'acide hypophosphoreux, et placé dans un tube de verre, ne montra pas dans notre appareil de propriétés magnétiques, mais il devint sensiblement magnétique après avoir été chargé d'hydrogène.

» Il paraît donc que l'hydrogénium est magnétique, propriété qui n'appartient qu'aux métaux et à leurs combinaisons. Ce magnétisme n'est pas appréciable dans le gaz hydrogène qui a été classé par Faraday et par M. Edm. Becquerel au bas de la liste des corps diamagnétiques. On admet que ce gaz est sur la limite des corps paramagnétiques et diamagnétiques. Mais le magnétisme est si susceptible d'extinction sous l'influence de la chaleur, que cette propriété dans un métal peut très-bien disparaître entièrement lorsqu'il se trouve à l'état de fusion ou sous forme de vapeur, ce qui paraît avoir lieu pour l'hydrogène gazeux. De même que le palladium occupe un haut rang dans la série des métaux paramagnétiques, de même il faut admettre que l'hydrogénium s'élève au-dessus de cette classe et se range parmi les corps vraiment magnétiques, tels que le fer, le nickel, le cobalt, le chrome et le manganèse.

» *Le palladium et l'hydrogène à une haute température.* — La facile perméabilité du palladium pour l'hydrogène, sous l'influence de la chaleur, implique la rétention de ce dernier élément par le métal même à la température du rouge vif. L'hydrogénium doit se mouvoir, en effet, à travers le palladium par cémentation, procédé moléculaire qui exige du temps. Dans les premières tentatives qu'on entreprit pour arrêter l'hydrogène dans son passage à travers du métal rouge, on fit passer le gaz dans un tube de palladium chauffé, en dehors duquel on maintenait le vide, et immédiatement après un courant d'acide carbonique dans lequel on laissa refroidir le métal. En soumettant ensuite le palladium aux épreuves ordinaires, on n'y trouva aucune trace d'hydrogène. La courte exposition du métal à l'influence du gaz acide carbonique paraît avoir été suffisante pour dissiper l'hydrogène. Mais lorsqu'on chauffa au rouge la feuille de palladium dans la flamme de l'hydrogène, et qu'on la refroidit subitement en la plongeant dans l'eau, on trouva une faible proportion d'hydrogène renfermée dans le métal. Un volume de métal égal à $0^{cc},062$ abandonna $0^{cc},080$ d'hydrogène, c'est-à-dire que le volume du gaz mesuré à froid était égal à 1,306 fois celui du métal. Cette quantité de gaz équivaudrait à trois ou quatre fois le volume du métal à la température du rouge. Le platine traité de la même manière parut aussi fournir de l'hydrogène, mais la quantité était trop petite pour qu'on y pût compter et ne mesurait que les 0,06 du volume du métal. La perméabilité de ces métaux pour l'hydrogène est donc attribuable à leur pouvoir d'absorption, et paraît indépendante de toute hypothèse relative à leur porosité.

» La plus grande vitesse de perméabilité qu'on observa fut à raison de 4 litres d'hydrogène (3992 centimètres cubes) par minute au travers d'une plaque de palladium de 1 millimètre d'épaisseur et correspondant à 1 mètre

carré de surface, à une vive chaleur rouge, très-peu inférieure au point de fusion de l'or. Il y a donc un mouvement de l'hydrogène au travers de la substance du métal avec une vitesse de 4 millimètres par minute.

» Les conclusions générales qui résultent de ce travail sont les suivantes. Dans le palladium complétement chargé d'hydrogène, par exemple dans le fil de palladium soumis à l'Académie, il existe un composé de palladium et d'hydrogène, dans des proportions qui sont voisines de celles d'équivalent à équivalent (1). Les deux substances sont solides, métalliques et blanches. L'alliage contient environ 20 volumes de palladium pour 1 volume d'hydrogénium, et la densité de ce dernier est égale à 2, un peu plus élevée que celle du magnésium, avec lequel on peut supposer que l'hydrogénium possède quelque analogie. Cet hydrogénium a un certain degré de ténacité, et il est doué de la conductibilité électrique d'un métal. Enfin l'hydrogénium prend place parmi les métaux magnétiques. Ce fait se relie peut-être à la présence de l'hydrogénium dans le fer météorique, où il est associé à certains autres éléments magnétiques.

» Les propriétés chimiques de l'hydrogénium le distinguent de l'hydrogène ordinaire. L'alliage de palladium précipite le mercure et son protochlorure d'une dissolution de bichlorure de mercure, sans aucun dégagement d'hydrogène; c'est-à-dire que l'hydrogénium décompose le bichlorure de mercure, ce qui n'a pas lieu avec l'hydrogène. Ce fait explique pourquoi M. Stanislas Meunier ne réussit pas à trouver l'hydrogène occlus par le fer météorique, en dissolvant celui-ci dans une solution de bichlorure de mercure, l'hydrogène étant employé comme le fer lui-même à la précipitation du mercure. L'hydrogénium (associé au palladium) s'unit avec le chlore et l'iode dans l'obscurité, réduit les sels de peroxyde de fer à l'état de protoxyde, transforme le prussiate rouge de potasse en prussiate jaune, et possède enfin une puissance désoxydante considérable. Il paraît constituer la forme active de l'hydrogène, comme l'ozone est celle de l'oxygène. »

« **M. Wurtz**, à l'occasion de la communication de M. Graham, expose qu'il a tenté autrefois d'appliquer à la préparation d'un hydrure de palladium le procédé qui lui a permis de préparer une combinaison définie d'hydrogène et de cuivre, et qui consiste à réduire le sulfate de cuivre par l'acide hypophosphoreux. Lorsqu'on ajoute un excès d'une solution de cet acide à la solution d'un sel palladique, la liqueur se trouble au bout de quelques instants et laisse déposer un précipité brun tellement divisé, qu'il passe au

(1) *Comptes rendus*, t. LXVI, p. 1018 (1868).

travers d'un filtre. Presque immédiatement, et même à o degré, il se manifeste un dégagement d'hydrogène, qui devient très-vif si l'on chauffe. Quand ce dégagement a cessé, la liqueur s'est éclaircie et le précipité est devenu noir, floconneux : c'est du palladium. On doit tirer de ces faits cette conséquence, que le palladium pulvérulent et amorphe qui est précipité par l'acide hypophosphoreux est incapable de retenir l'hydrogène. »

ASTRONOMIE. — *Note sur un télégramme et sur une Lettre de M. Janssen ; par* **M. Faye.**

« M. Ch. Sainte-Claire Deville vient de me remettre un télégramme de M. Janssen, en anglais altéré par le copiste ; en voici la traduction ;

« Simla, le 12 janvier.

« Confirmation de l'existence d'une atmosphère hydrogénée autour du » Soleil. Dépendance entre la présence des taches et les protubérances. »

» D'autre part, j'ai été chargé directement par M. Janssen de faire à l'Académie la communication suivante, extraite de sa Lettre du 19 décembre 1868 :

« Himalaya : long. 77°, 14′ ; lat. 31°, 6′, 25″.

« Plusieurs observateurs ont donné la raie brillante D comme faisant » partie du spectre des protubérances du 18 août. La raie brillante jaune » était effectivement située très-près de D, mais elle appartenait à des » rayons plus réfrangibles que ceux de D. Mes études subséquentes sur le » Soleil démontrent l'exactitude de ce que j'avance ici. »

» Ces communications laconiques de M. Janssen nous apportent des faits nouveaux, mêlés à d'autres faits que nous connaissions déjà par les communications plus promptes des observateurs qui ont suivi, tout près de nous, la voie ouverte par notre savant missionnaire. L'Académie se rend trop bien compte des difficultés de cette situation et de cet éloignement pour s'en étonner. L'existence de l'enveloppe hydrogénée a été constatée déjà par MM. Lockyer et Secchi. Le P. Secchi a déjà reconnu que la raie jaune des protubérances n'est pas la double raie D (ou D′D″) du sodium, mais une raie située un peu plus loin, du côté du vert, à une distance de D″ égale à une fois et deux tiers celle de D′ à D″. De plus, cette raie n'appartient pas au spectre ordinaire de l'hydrogène, et, chose étrange, il n'y a pas dans le spectre solaire de raie noire produite par le renversement de cette raie lumineuse (1).

(1) *Compte rendu* de la séance du 7 décembre dernier, p. 1123.

» Mais la relation signalée par M. Janssen entre les protubérances et les taches du Soleil est un fait nouveau du plus grand intérêt, dont l'annonce méritait certainement un télégramme. Je demande à l'Académie d'insister un moment sur ce point.

» Cette correspondance avait déjà été soupçonnée il y a longtemps, mais seulement au point de vue géométrique ; les astronomes avaient dû se borner à comparer les positions des protubérances entrevues à la hâte pendant une éclipse totale avec celles des taches très-voisines des bords. Ces recherches ne pouvaient aboutir ; j'ai moi-même contribué, je le crains, à les faire abandonner par cette remarque très-simple : les protubérances lumineuses des éclipses se montrent indifféremment dans toutes les parties du limbe du Soleil, vers les pôles aussi bien qu'à l'équateur, tandis que les taches n'apparaissent que dans les régions voisines de l'équateur et jamais aux pôles.

» Mais, par sa méthode nouvelle, M. Janssen est en état de suivre les protubérances jusque sur le Soleil lui-même, et de découvrir des relations qui nous resteraient inconnues sans son secours. Peut-être aussi la relation signalée par M. Janssen est-elle de nature physique non encore soupçonnée? J'en attends, pour ma part, la communication complète avec d'autant plus d'impatience que les faits nouveaux, relatifs soit au spectre des taches (1), soit à celui des protubérances, me semblent éloigner de plus en plus l'idée, bien naturelle pourtant, de rattacher celles-ci aux courants ascendants de la masse solaire intérieure. Cette masse contient en effet, comme l'a montré M. Kirchhoff, beaucoup d'éléments chimiques portés à une très-haute température, et on ne concevrait guère que des éruptions hydrogénées, sortant violemment du sein de cette masse en trouant la photosphère, n'entraînassent pas avec elles des traces sensibles de ces éléments. Or on vient de voir que tous ces corps, que le sodium lui-même, dont il est si difficile de débarrasser nos flammes terrestres, manquent absolument dans les flammes solaires. Et il en est de même de la couche rose (hydrogénée) qui entoure le Soleil sur une épaisseur régulière de seize ou dix-huit cents lieues, puisqu'on n'y rencontre aucune trace des quinze ou vingt corps simples de la photosphère. Il semble donc que cette enveloppe soit simplement le réservoir d'un des deux éléments de la mer qui se formera plus tard à la surface de cet astre, lorsque la température aura suffisamment baissé, et qu'en attendant elle ne joue aucun rôle direct dans les

---

(1) D'après M. Huggins, le spectre des taches est identique au spectre ordinaire du Soleil, sauf pour la largeur des raies : celles-ci sont plus dilatées dans le premier.

phénomènes dont la masse intérieure et la photosphère sont actuellement le théâtre. Du moins cette influence ne m'est-elle nullement apparue dans mes recherches sur les mouvements des taches. Si elle existe, elle ne nous sera révélée que par des relations physiques, comme celles que M. Janssen est si bien en état de saisir et de nous dévoiler, et l'on peut juger par là de l'importance des résultats qu'on est en droit d'attendre de sa nouvelle méthode d'investigation. »

PHYSIQUE. — *Note sur la publication des* Œuvres de Verdet; *par* **M. H. Sainte-Claire Deville.**

« L'Académie n'a certainement pas oublié les regrets causés par la perte récente d'un savant éminent, d'un professeur dont l'enseignement a eu un si grand retentissement, quoiqu'il ait porté sur les parties les plus élevées d'une science qu'il a élucidée par sa haute et prudente critique. Verdet, enlevé fort jeune à cet enseignement et à ses travaux, a exercé une influence considérable sur la diffusion des théories modernes mathématiques, de la physique et de la mécanique. Ses leçons, adressées à des hommes déjà formés, ont été scrupuleusement recueillies par une réunion de jeunes professeurs de l'École Normale, et sont publiées aujourd'hui par les soins de sa famille, qui en recueillera le fruit par le lustre qu'une si belle œuvre jettera sur son nom. C'est de la part de la famille Verdet que je présente à l'Académie l'un des volumes de la collection, consacré à la théorie mécanique de la chaleur.

» Combien de nos maîtres illustres qui ont appartenu ou même qui appartiennent à notre Compagnie ont répandu dans leur enseignement d'idées fécondes qui ont été négligées ou qui ont fructifié sans avoir été rapportées à leur auteur. Cette réunion de jeunes professeurs (1) sauve d'un pareil oubli les idées de leur maître : elle remplit une tâche que l'Académie doit approuver, et à l'accomplissement de laquelle je ne puis assister sans un profond sentiment de satisfaction.

» Déjà l'un de nos Secrétaires perpétuels a présenté à l'Académie le Cours de physique professé par Verdet et recueilli par M. Fernet, lequel a trouvé sa récompense dans les paroles flatteuses prononcées par M. Dumas dans cette occasion.

» Aujourd'hui, M. Prudhon et M. Violle publient les Leçons sur la thermodynamique professées par Verdet à la Faculté des Sciences de Paris. L'exac-

---

(1) MM. E. Fernet, Gernez, Levistal, Prudhon et Violle, anciens élèves de l'École Normale et Professeurs de l'Université.

titude des Notes recueillies par eux, la fidélité intelligente de leur mémoire sont telles, qu'en lisant cet ouvrage, qui sera l'un des plus utiles à l'expansion d'une science encore si peu connue en France, j'ai retrouvé avec émotion toutes les formes de raisonnement et même de langage qu'affectionnait mon regrettable ami et collègue de l'École Normale.

» Rien ne sera d'un meilleur exemple que cette publication faite avec tout le talent, tout le luxe et les développements qu'elle mérite, par une famille qui honore le nom que Verdet a honoré, par de jeunes maîtres pieusement reconnaissants de l'enseignement qu'ils ont reçu et à laquelle notre savant confrère, M. de la Rive, de Genève, a bien voulu attacher son nom par l'Introduction qu'il lui consacre. »

M. Chasles fait hommage à l'Académie, de la part de l'auteur, M. le Comte *J. de Saint-Robert*, d'un opuscule sur Sadi Carnot, extrait des *Mémoires de l'Académie royale des Sciences de Turin* (t. IV, 1868).

« Cet écrit, dit M. Chasles, renferme surtout un exposé fort clair et intéressant des résultats principaux de l'ouvrage que Sadi Carnot a publié en 1824 sous le titre de *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les Machines propres à développer cette puissance;* ouvrage qui est devenu, comme on le sait, le point de départ des travaux qui ont constitué la Thermodynamique. M. de Saint-Robert signale notamment ce principe que : *Le travail produit est proportionnel à la chute* (ou perte) *de la chaleur, et en raison inverse de la température absolue;* principe qui, bien que les données expérimentales de l'époque ne permissent pas de le formuler aussi nettement, est connu, avec raison, sous le nom de *principe de Carnot*.

» L'ouvrage de Carnot repose sur des raisonnements fort délicats, sans le secours d'aucune formule analytique, et par cela même parfois difficiles à saisir; mais notre regretté confrère Clapeyron en a fait le sujet, en 1839, d'un beau travail inséré dans le *Journal de l'École Polytechnique*, qui en est en quelque sorte une traduction analytique. On a dû depuis à M. W. Thomson un très-remarquable Mémoire, sous le titre de : *Compte rendu de la théorie de la puissance motrice de la chaleur* de Sadi Carnot, suivi peu de temps après d'une *Théorie dynamique de la chaleur*.

» Je n'ai pas besoin de rappeler à l'Académie d'autres importants travaux, notamment de MM. Clausius et Rankine, sur cette matière.

» Carnot fut enlevé à la science qu'il inaugurait si brillamment, en 1832, par une atteinte de choléra, à l'âge de trente-six ans. Il avait été Capitaine du Génie, démissionnaire en 1828.

» L'admiration que son ouvrage a inspirée à M. de Saint-Robert faisait désirer vivement à ce savant de connaître les vicissitudes de son existence ; et il s'est adressé à son neveu, M. S. Carnot, Ingénieur des Ponts et Chaussées, qui a bien voulu lui communiquer une courte Notice insérée dans le Mémoire dont j'ai l'honneur d'entretenir l'Académie.

» Je suis obligé d'indiquer ici une rectification, non pas précisément relative à Sadi Carnot, mais concernant un point historique sur lequel une erreur s'est propagée dans tous les écrits sur l'histoire contemporaine, et que je semblerais accréditer. Il est dit que Carnot, étant encore élève à l'École Polytechnique en mars 1814, lors de l'attaque de Paris, fit ses premières armes à la Butte-Chaumont. C'est là l'erreur qui se reproduit sans cesse depuis plus de cinquante ans. Nous étions avec nos vingt-huit pièces, formant trois batteries, tous ensemble, au nombre de deux cent cinquante élèves, sur la route de la barrière du Trône à Vincennes. C'est vers 11 heures que nous avons reçu l'ordre de sortir de la barrière pour prendre cette position, ordre que nous attendions depuis 5 heures du matin, où s'étaient fait entendre dans le lointain les premiers coups de canon. Les hauteurs sur la gauche étaient déjà occupées par l'artillerie ennemie, et la plaine était couverte de cavalerie prussienne sur laquelle nous avons tiré aussitôt à mitraille. Cette cavalerie, pour nous atteindre, devait enfiler la route un peu plus élevée que la plaine; elle fondit sur nous trois fois, à portée de pistolet; nos deux tambours furent tués, plusieurs élèves blessés et d'autres faits prisonniers; mais les vides que huit pièces pointées dans la direction même de la route causaient dans ces escadrons les firent toujours rebrousser. Cependant un régiment de houlans russes, qui occupait le village de Vincennes, déboucha sur la contre-allée de droite. Nous croyions que c'était la cavalerie française qui venait nous soutenir; mais nous fûmes bientôt détrompés quand, arrivés à peu près sur toute l'étendue de notre ligne, ils nous ont assaillis à coups de lances. Le désordre qui s'est mis dans les vingt-huit pièces, les vingt-huit caissons et les cinquante-six attelages de quatre chevaux a protégé notre retraite, que nous avons effectuée sans rien perdre, de ce nombreux attirail, que quelques chevaux, et en nous défendant contre ces houlans, dont un certain nombre furent démontés. Je m'arrête dans ces détails.

» Mais que l'Académie veuille bien me permettre encore d'émettre un doute sur un point de la biographie de Sadi Carnot. Il est dit que, sous le gouvernement d'alors, il devait être tenu à l'écart, et qu'on l'envoya de garnison en garnison, et souvent dans de petites forteresses. J'étais très-

lié avec Sadi, et je crois me rappeler qu'il n'a trouvé dans le corps du Génie que de la bienveillance due au nom de son père, ainsi même que dans l'Administration supérieure de la Guerre, de la part du Duc de Feltre, qui avait été attaché au Bureau topographique lors du ministère du Général Carnot, sous le Consulat, et de la part aussi du Général de Caux, qui, je crois, avait été alors secrétaire du Ministre. Mais, j'en conviens, la vie de garnison ne pouvait convenir sous aucun rapport à l'esprit méditatif de Carnot et à son peu de disposition à rechercher le monde : aussi cette bienveillance lui servait-elle à obtenir des congés continuellement renouvelés; de sorte qu'il ne quittait pour ainsi dire pas Paris, où il a toujours conservé jusqu'à sa mort l'appartement même laissé par son père en 1815, rue du Parc-Royal.

» Cependant il avait reçu, dans les derniers mois de 1827, un ordre de service; mais c'est à Lyon qu'on l'envoyait. Je l'y trouvai en octobre, et restai trois jours avec lui. J'allais passer quelques mois à Nice et en Italie. Il me dit qu'il se proposait de retourner à Paris donner sa démission, et qu'il viendrait me retrouver. Effectivement, c'est alors qu'il donna sa démission. Mais, reprenant à Paris ses habitudes de travail, il y resta, et je l'y trouvai, à mon retour, en 1828. Nous nous étions liés à l'Ecole Polytechnique, comme camarades de promotion, ayant peut-être un peu les mêmes penchants pour l'étude. L'esprit de méditation et de raisonnement mathématique que je trouvais dans ses entretiens était pour moi un encouragement puissant, que favorisait la douceur de son caractère. Aussi l'ai-je toujours vivement regretté. »

M. le Secrétaire perpétuel annonce à l'Académie la perte douloureuse qu'elle a faite dans la personne de *M. Fournet*, Correspondant de la Section de Minéralogie, décédé à Lyon dans les premiers jours du mois de janvier.

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une Commission composée de six Membres, dont trois doivent être pris dans la Section des Sciences mathématiques et trois dans la Section des Sciences physiques, pour l'examen des questions scientifiques qui pourront être proposées aux savants qui doivent faire partie du prochain voyage du *Jean-Bart*.

MM. de Tessan, Faye, Becquerel père, Milne Edwards, Brongniart et Boussingault réunissent la majorité des suffrages.

RAPPORTS.

HYDRAULIQUE. — *Rapport sur une communication de* M. Vallès, *faite le* 21 *décembre, sous ce titre :* Expériences faites à l'écluse d'Aubois, pour déterminer l'effet utile de l'appareil à l'aide duquel *M. de Caligny* diminue dans une proportion considérable la consommation d'eau dans les canaux de navigation.

(Commissaires : MM. Combes, Phillips, de Saint-Venant rapporteur.)

« M. Vallès, Inspecteur général honoraire des Ponts et Chaussées, connu par divers ouvrages de mathématiques et d'hydrologie, avait fait partie, en 1866, d'une Commission d'ingénieurs et d'inspecteurs du même corps, chargée de rendre compte d'expériences officielles exécutées en grand aux bassins de Chaillot, sur les effets de l'appareil inventé par M. de Caligny, et dont nous venons de dire l'objet. Son installation avait été ordonnée par M. le Ministre des Travaux publics, à la suite de Rapports de deux précédentes Commissions, appelées en 1849 et en 1860 à assister à des épreuves faites en petit.

» D'après l'avis très-favorable de la nouvelle Commission, dont M. Vallès était le rapporteur (1), M. de Caligny a été invité par le Ministre à rechercher, sur un des canaux de la France, une localité convenable, et à concerter avec les ingénieurs les dispositions à prendre pour la construction d'un appareil destiné à fonctionner habituellement.

» Le choix a porté sur l'écluse de l'Aubois, du canal latéral à la Loire (près de la célèbre usine de Fourchambault), parce que le niveau de son bief d'amont, qui a très-peu de longueur, est sujet à baisser notablement à chaque passage de bateau, de sorte qu'il importait, là plus qu'ailleurs, d'économiser beaucoup la dépense de volume d'eau que tout passage exige.

» M. l'Inspecteur Vallès, désireux de reconnaître l'établissement définitivement donné à l'appareil, qui avait fait dans un état provisoire l'objet de son étude, et d'en déterminer exactement l'effet utile, s'est rendu en 1868 à l'écluse de l'Aubois, où les travaux venaient d'être exécutés. Il y a séjourné une semaine, formant des agents à la double manœuvre du

---

(1) Le résumé officiel de son Rapport a été imprimé au *Journal de Mathématiques* de M. Liouville, en 1866, et au *Bulletin de la Société Philomathique* du 2 février 1867.

remplissage et de la vidange du sas, et se livrant journellement à des expériences relatives d'abord à la vidange.

» Il vous en a adressé les résultats le 21 décembre, par les mains de M. le Maréchal Vaillant. Sa communication a été renvoyée à une Commission composée de M. Combes, de M. Phillips et de moi. Et, depuis quelques jours, M. Vallès nous a remis, pour l'y annexer, deux compléments.

» Le premier donne un tableau des résultats analogues relatifs au remplissage, observés depuis son retour à Paris, et conformément à ses instructions, par M. Perrault, conducteur des Ponts et Chaussées. Les chiffres que donne cet agent intelligent et soigneux (1) sont les mêmes que ceux qui figurent dans une lettre adressée à l'inventeur par M. de Marne, Ingénieur en chef du canal, certifiant ainsi qu'on peut les regarder comme exacts.

» Le deuxième complément donne, avec une description des procédés de mesurage, un détail, que nous lui avons demandé, des chiffres relatifs à la vidange, dont M. Vallès n'avait d'abord présenté qu'une moyenne générale. Il y a joint les résultats d'observations relatives à une manœuvre qui économise le temps en sacrifiant une partie de l'effet utile : manœuvre particulière dont on pourra faire usage dans des moments de presse, si alors l'eau ne manque pas.

» On voit qu'il n'est pas précisément question, comme en 1849, 1860 et 1866, d'essayer un système nouvellement inventé et de s'assurer de la possibilité de son usage. L'appareil de M. de Caligny reçoit un premier emploi, et il s'agit aujourd'hui d'en apprécier les avantages, plus exactement que jusqu'ici on n'a pu faire.

» Commençons par en donner quelque idée d'après la description très-claire qu'en fait M. Vallès, en parlant d'abord des autres appareils ou procédés qui ont été précédemment proposés pour le même objet.

» Dans son état habituel, le sas de toute écluse reste généralement vide. On le remplit, puis on le vide de nouveau pour chaque passage de bateau, soit descendant, soit montant. Cette manœuvre consomme, c'est-à-dire fait descendre du bief d'amont au bief d'aval, un volume d'eau égal à la capacité du sas.

» Pour diminuer cette consommation, à laquelle l'alimentation supé-

(1) M. le conducteur Perrault s'est employé à toutes les opérations et à une intelligente mise en train du procédé avec un dévouement digne d'éloges.

rieure ne suffit pas toujours, divers moyens ont été proposés. Il en est un qui date de 1640, dont on a, depuis, fait quelque usage en Angleterre. C'est celui de l'écluse de Bouzingues, en Belgique, à savoir : la construction et l'emploi d'un *bassin d'épargne* latéral au sas et d'une superficie au moins égale. On y met en réserve (comme dit M. Minard dans son *Cours de navigation intérieure*) le tiers du volume d'eau de chaque éclusée pour en faire profiter l'éclusée suivante; et, avec deux bassins et une manœuvre plus compliquée, on en réserverait théoriquement jusqu'aux trois quarts. Mais les frais de ce procédé et ses inconvénients, entre autres celui de ralentir sensiblement la manœuvre, ont empêché d'en faire en France aucun usage. On n'a pas non plus suivi le conseil que donnait feu Girard, de multiplier les écluses en atténuant leurs chutes.

» Divers autres procédés ont été successivement proposés sans avoir jamais été l'objet d'essais en grand. Ainsi, MM. Solage et Bossut rendaient le sas mobile. M. Burdin fermait par un couvercle un grand bassin latéral où l'eau entrait et dont elle sortait avec l'aide d'un piston. M. de Betancourt, ingénieur français d'origine, qui était au service de l'Espagne au commencement de ce siècle, déterminait l'enfoncement, aussi dans un grand bassin, d'un volumineux flotteur faisant passer l'eau de ce bassin dans le sas pour le remplir, et il l'en retirait pour que le sas s'y vidât. M. Busby, ingénieur anglais, prenait, en 1813, une patente (*Repertory of Arts*, t. XXIII et XXIV) où le flotteur était creux, à deux compartiments superposés, recevant par des siphons, l'un de l'eau d'amont, l'autre de l'eau d'aval, et restituant ensuite ces quantités d'eau presque entières à leurs biefs respectifs. C'est ce même procédé qui, ingénieusement perfectionné en 1843, ou pour mieux dire inventé à nouveau et généralisé pour des écluses doubles, etc., par M. l'ingénieur civil D. Girard, lui a fait décerner en 1845 le grand prix de mécanique, sur le Rapport très favorable de M. Poncelet, qui, après y avoir indiqué une amélioration de détail, s'est plu à faire une étude approfondie et savante de ce système qui semble porter l'économie d'eau à son maximum. L'administration en fit l'acquisition, mais elle n'en a pas exécuté de spécimen.

» L'appareil de M. de Caligny, ou de l'écluse de l'Aubois, que nous avons à examiner ici, est fondé sur un tout autre principe. Il produit son économie d'eau immédiatement ou pour l'éclusée même qui est en jeu, au lieu d'opérer, comme le bassin de Bouzingues, une réserve pour l'éclusée suivante.

» Il revient à user de suite du travail produit par la chute de l'eau soit

du bief d'amont dans le sas, soit du sas dans le bief d'aval, pour faire remonter à un niveau supérieur une certaine autre quantité de ce liquide. Tout récepteur hydraulique, tel que serait une roue à aubes en y adaptant toute machine élévatoire telle qu'une pompe, produirait plus ou moins un effet de ce genre; mais il importait que l'appareil adopté fût simple, d'un bon rendement malgré la variabilité de la force motrice, d'une manœuvre facile et de courte durée, enfin peu ou point sujet aux dérangements, et susceptible de laisser passer de l'eau chargée de vase ou de menus corps flottants, sans jamais s'encombrer. Les expériences de 1866 ont fait présumer que l'appareil exécuté en 1868 à l'Aubois, et que nous avons à apprécier, remplirait ces conditions. Il consiste essentiellement : 1° en un très-gros tuyau horizontal en maçonnerie, placé en contre-bas de la tenue d'eau d'aval et débouchant dans le sas vers l'extrémité inférieure de celui-ci; 2° en un fossé de décharge commençant aussi vers l'amont et allant déboucher en aval au-dessous de l'écluse. Les seules pièces mobiles sont deux manchons ou larges tubes verticaux en tôle, de faible hauteur, ouverts aux deux extrémités, et reposant sur deux ouvertures circulaires de même diamètre faites au ciel du tuyau horizontal. Si leur manœuvre se fait entièrement à la main, l'éclusier les soulève sans effort avec des leviers du premier genre, portant d'un côté un secteur sur lequel s'applique une chaîne de suspension, et de l'autre une tiraude avec contre-poids. Bien que ces deux tubes verticaux soient placés très-proches l'un de l'autre, l'un d'eux peut être appelé *tube d'amont*, parce que son soulèvement fait descendre dans le tuyau horizontal l'eau prise à l'amont, dont il est entouré; l'autre sera nommé *tube d'aval*, parce que l'espace qui entoure sa paroi extérieure se trouve en communication avec le fossé de décharge qui est comme une annexe du bief d'aval.

» S'agit-il de vider le sas supposé déjà rempli? On soulève le tube dit *d'aval;* les eaux du sas parcourent le tuyau et se précipitent dans le fossé de décharge en passant de tous côtés par l'ouverture annulaire que produit le soulèvement de cette espèce de soupape sans pression. Or, si, après avoir tenu le tube ainsi soulevé pendant quelques secondes, on le laisse retomber sur son siége, l'eau du long tuyau horizontal, animée d'une grande vitesse, ne pouvant continuer de s'échapper par l'ouverture qui lui était faite et qu'on vient d'intercepter, monte, en vertu de son inertie ou de sa force vive acquise, par l'intérieur de ce tube d'aval, et aussi du tube d'amont, et cela sans brusquerie et sans coup de bélier. Il en résulte, si les bouts supérieurs de ces deux tubes s'élèvent à quelques centimètres au

dessus du niveau de l'eau d'amont, et s'ils sont entourés d'une bâche convenablement disposée, qu'une portion de l'eau *monte du sas dans le bief d'amont de l'écluse.* Ainsi commence à se trouver utilisé le travail de la descente d'eau opérée.

» Lorsque l'eau a cessé de monter ainsi et que ce qui en reste dans les tubes est redescendu par une oscillation en retour, on soulève de nouveau le tube d'aval, puis au bout de quelques secondes on le laisse retomber. Il en résulte, dans le sas qui est à vider, un nouvel abaissement de l'eau, dont une première portion descend dans le bief d'aval, et dont ensuite une autre portion monte encore dans le bief d'amont. Et l'on continue cette manœuvre périodique jusqu'à ce que l'ascension d'eau qu'on veut obtenir soit devenue insignifiante pour l'épargne; alors on laisse écouler librement vers l'aval, en tenant le tube soulevé, le reste de l'eau du sas.

» S'agit-il, au contraire, de remplir le sas supposé vide? On le fait par une opération inverse et qui, malgré sa simplicité, est si singulière dans son effet, que l'on a vu des ingénieurs expérimentés rester longtemps sans la comprendre. On soulève le tube dit *d'amont*; l'eau du bief supérieur se précipite, par l'espace annulaire ainsi ouvert, dans le long tuyau, et de là dans le sas. Au bout de quelques secondes on laisse retomber le tube d'amont sur son siége et on soulève le tube d'aval; l'eau qui, dans le long tuyau, a acquis une grande vitesse continue sa marche *et fait dans ce tuyau un vide* qui appelle, par l'ouverture du dessous du tube d'aval soulevé, l'eau du fossé de décharge, c'est-à-dire *l'eau du bief d'aval.* Quand ce reflux artificiel cesse, on laisse retomber le tube d'aval et on soulève de nouveau le tube d'amont, et ainsi de suite. A chacune de ces doubles opérations successives, le sas se remplit, comme on voit, partie avec de l'eau prise en amont à un niveau supérieur, et partie avec de l'eau *prise en aval à un niveau inférieur*, grâce à cette espèce de machine pneumatique, ou de pompe aspirante sans piston ni clapet, dans laquelle se transforme spontanément le long tuyau horizontal chaque fois qu'on abaisse le tube d'aval après l'avoir tenu quelques instants soulevé.

» L'épargne d'eau produite par l'appareil ainsi décrit sera la somme des quantités du fluide soulevé du bief d'aval dans le sas pendant le remplissage, et du fluide soulevé du sas dans le bief d'amont pendant la vidange, car ce sera là ce qu'un passage de bateau exigera de moins que l'éclusée complète, habituellement dépensée. Et le *rendement*, ou effet utile proportionnel, aura pour mesure la fraction obtenue en divisant cette somme par le volume de l'éclusée, ou, ce qui revient au même, en divisant par la hau-

teur de la chute la somme des hauteurs d'eau du sas : les unes obtenues du bief d'aval, les autres passées au bief d'amont. Ces hauteurs sont celles d'abaissement et d'élévation qu'on mesure dans le sas, les premières pendant qu'un tube est levé, les autres pendant qu'il est baissé.

» M. Vallès a fait, pour obtenir ces hauteurs, une suite nombreuse d'expériences de vidange du sas, dans lesquelles le nombre des périodes, c'est-à-dire des soulèvements et des abaissements du tube d'aval, a varié de dix à douze.

» Il donne, dans sa Note de décembre, un tableau des abaissements totaux qui en sont résultés dans l'eau du sas pour les huit premières expériences faites, afin seulement de montrer leur presque constance, car ils n'ont guère varié que de $1^{m},70$ à $1^{m},75$, la chute totale de l'écluse étant de $2^{m},40$ à $2^{m},45$. Et, dans sa deuxième Note complémentaire, il fournit le détail des abaissements partiels ayant lieu pendant chacune des moitiés des douze périodes dont se sont composées les quatre expériences les plus sûres. Ils ont été observés, comme il le dit, en introduisant un bateau dans l'écluse pour diminuer l'agitation du fluide, et en comparant, après chaque demi-période, à l'aide de deux perches, la hauteur des bords du bateau avec celle du sommet des bajoyers.

» Il donne les abaissements observés à l'extrémité supérieure du sas et ceux qui ont été observés à l'extrémité inférieure; ceux-ci sont beaucoup plus forts que ceux-là dans les premières périodes; ils ne deviennent sensiblement égaux que dans les dernières. Ces différences prouvent simplement que l'eau dans le sas avait une pente très-sensible pendant les forts écoulements, comme naturellement cela devait être; et la demi-somme des deux abaissements mesurés donnait ce qu'il fallait pour calculer les volumes.

» M. Vallès regrette de ne pouvoir faire connaître en particulier les nombres appartenant à chacune des quatre expériences dont on parle; il n'en a pas conservé la note, les moyennes partielles pour toutes quatre ayant été composées sur les lieux avec des nombres qu'il se rappelle très-bien avoir différé très-peu d'une expérience à l'autre pour les mêmes périodes. Ces moyennes partielles, données *pour chaque perche*, peuvent donc être considérées comme fournissant tout ce qu'il faut avec une approximation suffisante; surtout quand on compare le résultat avec celui de Chaillot où l'on avait d'autres moyens d'observation et en même temps des causes de pertes d'effet; et aussi, en faisant la comparaison avec ce qui a pu être mesuré lors du remplissage du sas, où il y a plus de régularité et moins d'agitation.

» Quant aux chiffres relatifs au remplissage, ils sont donnés avec tout leur détail dans le premier complément, pour deux expériences à huit périodes. Il y a eu un tel accord entre ces deux expériences, que le conducteur Perrault a cru inutile d'en faire d'autres.

» Il résulte de ces moyennes générales que la portion de l'effet utile, ou rendement, obtenue pendant le remplissage est $\frac{1^m,001}{2^m,43} = \ldots$ 0,412

et la portion pendant la vidange est moyennement $\frac{0,926}{2,40} = \ldots$ 0,386

Effet utile total. 0,798

soit 0,80 ou les *quatre cinquièmes*.

» M. Vallès avait prévu, dès avant les dernières expériences, que l'effet utile partiel devait être plus considérable pendant le remplissage que pendant la vidange. Cela tient à ce que la variabilité du niveau des eaux dans le bief d'amont, exceptionnellement très-court comme on a dit, a obligé d'élever le bord supérieur des tubes à 10 centimètres plus haut qu'il ne faudrait dans les localités où les tenues d'eau sont à l'état ordinaire. Il pense que dans ces localités normales on obtiendrait bien 0,83 au lieu de 0,80.

» Dans le deuxième complément, M. Vallès, rend compte d'expériences ayant pour objet d'économiser le temps en sacrifiant une partie de l'effet utile, ce qui est possible à certaines époques de l'année. Alors, en bornant l'opération à six périodes, il ne fait, en vidant le sas, remonter que $0^m,563$ d'eau en amont, ce qui fait une épargne de $\frac{0,563}{2,40} = 0,235$. Si, pendant le remplissage, on suppose par analogie 0,265, l'on a, en additionnant, toujours une épargne de moitié. Mais on n'abrége ainsi le temps que d'une minute et demie, et il paraîtra sans doute généralement préférable de faire la manœuvre complète et toute l'épargne d'eau dont on a présenté une évaluation tout à l'heure.

» Il évalue aussi le rendement de l'appareil envisagé seulement comme machine élévatoire. Pour cela, il multiplie, afin d'avoir les quantités de travail, les volumes fluides par les hauteurs d'ascension ou de descente de leurs centres de gravité. Il trouve que dans la manœuvre de la vidange le rendement a été de 76 pour 100, et que dans celle du remplissage il a été de 81. Nous n'insistons point sur cette considération, qui est étrangère à notre objet principal.

» Mais ce qui intéresse cet objet, c'est la ressource supplémentaire dite *des grandes oscillations finales et initiales*, que l'on tire à volonté du même appareil pour produire une épargne d'eau additionnelle, profitable, comme

dans le système de Bouzingues, au passage de bateau qui suivra. Voici en quoi elle consiste, et le résultat de la mesure détaillée que M. Vallès en a faite.

» Quand la manœuvre alternative du soulèvement et de l'abaissement du tube d'aval, pendant la vidange du sas, a cessé de produire des ascensions sensibles d'eau vers l'amont, l'on tient ce tube levé, et ce qui reste d'eau dans le sas se précipite, par l'intermédiaire du long et large tuyau, dans le fossé de décharge qui communique avec l'aval. Si, alors, on laisse se fermer, par une porte de flot qu'on y a établie, l'extrémité inférieure de ce fossé, il résulte de la vitesse acquise, et nonobstant la direction du cours de l'eau, inverse de ce qu'elle est dans le tuyau, *que ce fluide monte, dans le fossé, plus haut qu'il ne se tient ensuite dans le sas d'où il est parti*. Un excès de 15 centimètres a été mesuré pour cet effet, que produit naturellement tout *siphon renversé*. Il s'ensuit, en abaissant alors le tube vertical d'aval pour intercepter la communication avec le sas, que le fossé de décharge fera *bassin d'épargne* pour une certaine tranche d'eau, tranche que l'on emploiera, au passage suivant de bateau, pour remplir d'autant le sas, avant de rien emprunter au bief d'amont. Même, alors, par une autre grande oscillation, dite *initiale*, et encore analogue à celles qu'offre un siphon renversé, l'expérience montre que l'eau ainsi introduite dans le sas s'y tient notablement plus haut qu'elle n'est ensuite dans le bassin d'où elle vient, ce qui ajoute encore un peu à l'épargne.

» De même, lors du remplissage, et après que le jeu des tubes a cessé d'aspirer profitablement de l'eau d'aval, si, en achevant de remplir le sas au moyen de la levée du tube d'amont, l'on ferme par une porte de flot l'entrée du petit bassin maçonné qui contient les tubes et qui communique avec le bief d'amont habituellement, la *grande oscillation* finale d'arrivée de son eau dans le sas fait monter dans celui-ci le fluide *plus haut* qu'il ne sera ensuite dans le petit bassin dont nous parlons; et ce bassin, quand on en abaisse le tube, ne contient plus l'eau qu'à un niveau inférieur à celui du bief d'amont. Il en résulte, dans ce même petit bassin maçonné, une sorte d'*épargne inverse* qui profitera à la vidange du passage suivant, car on y fera arriver naturellement, du sas, la tranche d'eau qui y manque pour atteindre le niveau d'amont, et ce sera autant de moins à envoyer en aval. Une *grande oscillation initiale* aura même lieu alors, avec petit surcroît de profit.

» M. Vallès, qui a mesuré les dénivellations produites par ces quatre grandes oscillations, surtout les finales, en conclut, pour l'épargne supplé-

mentaire qu'elles peuvent fournir, un chiffre de 10 pour 100 du volume de l'éclusée. L'épargne totale due au système serait ainsi de 90 pour 100.

» Un pareil résultat, s'il est confirmé, devrait être attribué à la simplicité de l'appareil, qui ne contient ni clapets ni pistons, et qui ne produit pas de chocs, parce que, comme dans la plupart de ceux de M. de Caligny, l'on s'est interdit toute fermeture de la section transversale du tuyau.

» Son inventeur compte peu, toutefois, sur l'obtention habituelle, dans la pratique, des 10 pour 100 dont on vient de parler, parce qu'il peut en résulter du ralentissement dans la manœuvre, et que le temps a aussi besoin d'être épargné. Mais cette économie d'eau éventuelle pourra cependant être recherchée dans les lieux où il y a pénurie d'alimentation, avec des chutes très-hautes, comme aux environs des points de partage. Aussi M. Vallès en a toujours fait avec raison l'un des sujets de son examen.

» Maintenant, obtiendra-t-on dans la pratique courante, et sans même compter ce surcroît final possible, les épargnes d'eau qui résultent des expériences ci-dessus? Un éclusier fera-t-il toujours jouer les tubes dix et douze fois, sans y mettre plus de cinq à six minutes que M. Vallès a comptées, y compris l'achèvement? Ce procédé, enfin, est-il appelé à devenir usuel dans tous les lieux et dans tous les temps où les voies navigables artificielles souffrent de la pénurie d'eau?

» Ces questions ne pourront être jugées qu'à la suite d'un usage d'une certaine durée. Elles ne font pas l'objet essentiel de la communication de M. Vallès. Toutefois l'honorable et savant Inspecteur général les a traitées en partie et accessoirement. Il énonce que des signes non équivoques caractérisent l'instant où il faut abaisser les tubes après les avoir tenus levés, de manière à obtenir dans chaque période le plus grand effet possible. On sait qu'en général les maxima restent quelque temps stationnaires, ou qu'ils varient fort peu pour des variations très-sensibles des éléments dont ils dépendent. On sait aussi que dans des manœuvres délicates, et à cause même de leur délicatesse un peu scientifique qui souvent flatte et stimule l'esprit des simples ouvriers, ils acquièrent quelquefois en peu de temps l'instinct pratique du mieux possible.

» D'ailleurs, après les deux ou trois premières périodes, où la manœuvre des tubes doit être opérée à la main, une expérience faite à Saint-Lô a prouvé que le reste pouvait être opéré *automatiquement* par une force de *succion* en rendant légèrement tronconique le bas des tubes et en le garnissant d'un rebord saillant et relevé, comme dans une autre machine déjà connue, qui a valu au même inventeur des récompenses aux deux

dernières Expositions. Enfin, quant au temps de la manœuvre, M. Vallès a fait observer que les larges ouvertures, de $1^{m},40$ de diamètre, que découvre la levée des tubes, donnent un passage incomparablement plus prompt aux eaux que les ventelles perçant habituellement les portes dont elles compliquent la construction, et qui ne se manœuvrent qu'à l'aide de puissants crics; de sorte que, d'après lui, la considération du temps, qui fait le côté faible des autres systèmes mentionnés plus haut, ne paraît point défavorable à celui dont on vient de s'occuper.

» En conséquence, vos Commissaires, en faisant des réserves relativement à des points que l'usage seul pourra résoudre, et à de légères incertitudes que laissent les mesurages opérés, estiment que le système d'écluse à épargne d'eau établi sur le canal latéral de la Loire contre la rivière de l'Aubois est ingénieux, et scientifiquement fondé; qu'il donne, en supposant même que l'on dût réduire sensiblement les chiffres annoncés, un effet utile remarquable, avec des chances de perfectionnements ultérieurs. Et ils vous proposent de remercier M. Vallès de vous avoir fait part de considérations aussi intéressantes au point de vue de l'art des ouvrages de navigation intérieure. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

MÉMOIRES LUS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *De l'interprétation des imaginaires en Physique mathématique.* Note de M. DE CHANCOURTOIS. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Ch. Dupin, Liouville, Serret.)

« Je préviendrai d'abord que j'applique exclusivement la qualification d'*imaginaires* aux quantités affectées du coefficient $\sqrt{-1}$, et que la négation de l'existence de ces quantités me paraît comparable à l'opinion d'une personne qui, tournée obstinément vers des objets situés au nord, refuserait d'admettre la coexistence des objets situés au sud qu'elle ne peut embrasser du même coup d'œil.

» Je ferai ensuite trois remarques d'induction :

» 1° La conception de la *ligne droite,* qui est réalisée au premier chef par le *fil à plomb,* est physiquement inséparable de la conception d'un cylindre de révolution dans lequel elle représente l'axe, lieu des centres des *sections droites circulaires.*

» 2° Inversement, la conception du *cercle* qui est réalisé au premier chef

par la *roue* est physiquement inséparable de la conception de la *droite* menée par son centre *normalement* à son plan, laquelle droite ou *axe* détermine la position du cercle dans l'espace et préside toujours à la construction de la circonférence.

» 3° La règle aujourd'hui admise de la représentation linéaire des quantités affectées du coefficient $\sqrt{-1}$ dans la direction à angle droit de celle que l'on a adoptée pour les quantités réelles est surtout justifiée par ce fait, qu'une seconde application de la règle ramène à la distinction nécessaire des quantités réelles en quantités positives et quantités négatives; or le résultat de cette double application est indépendant de l'orientation du plan dans lequel on la pratique.

» Ces trois remarques me conduisent à formuler les énoncés suivants :

« L'existence des quantités dites *imaginaires*, dans l'acception que j'ai » précisée plus haut, c'est-à-dire l'existence des quantités affectées du coef» ficient $\sqrt{-1}$, est inséparable de l'existence des quantités dites *réelles*, et » il y a corrélation constante entre les deux séries, dont l'une constitue » pour moi le règne de la continuité, et l'autre le règne de la disconti» nuité; » étant d'ailleurs entendu qu'il n'y a rien d'absolument réel ni rien d'absolument imaginaire, et que l'opposition du réel et de l'imaginaire est seulement un fait de *réciprocité normale*.

» Dans le mode infini, « le plan réel a pour cortége imaginaire toutes » les droites qui lui sont normales, et réciproquement la droite réelle a pour » cortége imaginaire tous les plans qui lui sont perpendiculaires. »

» Dans le mode fini, « si les quantités réelles sont représentées par » des droites limitées, les quantités imaginaires corrélatives doivent être » représentées par des cercles situés dans des plans perpendiculaires à ces » droites et y ayant leurs centres; » et, réciproquement, « si les quantités » réelles sont représentées par des cercles, les quantités imaginaires » corrélatives sont nécessairement représentées par des longueurs comptées » sur les axes de ces cercles. »

» La formation des imaginaires apparaît alors comme une sorte de compensation logique de la restriction abstraite excessive sur laquelle repose toute la Géométrie plane.

» Le *double signe* qui accompagne ces quantités se rapporte au double sens dans lequel la circonférence peut être parcourue et acquiert toute sa valeur dès que l'on rattache la notion de la forme à la notion du déplacement qui introduit l'idée de temps.

» Si l'on passe de l'étude de la forme et de la vitesse du déplacement à l'é-

tude la plus complète du mouvement comprenant la considération des forces ou des masses, on aperçoit de suite une nouvelle signification des imaginaires. Le principe d'action rotatoire de deux forces parallèles de sens contraire, le couple qui se trouve parfaitement caractérisé par la grandeur et le sens d'une longueur comptée sur son axe perpendiculaire au plan de rotation, mais qui, dans le champ hypothétiquement restreint de la planimétrie, n'a plus de représentation déterminée, puisqu'il se résume par une résultante nulle appliquée à une distance infinie, le *couple*, dis-je, peut être rattaché par un rapport imaginaire à la *force* simple perpendiculaire à son plan de rotation ou parallèle à son axe.

» Finalement, « *le couple est l'imaginaire de la force au même titre que le* » *cercle est l'imaginaire de la droite.* »

» Si l'on admet cette manière de voir, on est ensuite amené à réunir les deux équations fondamentales d'une condition d'équilibre en une seule équation de la forme

$$A \pm B\sqrt{-1} = 0,$$

où A représente la résultante des forces transportées en un même point, et B le couple résultant.

» On sait par quel principe la détermination du mouvement est rattachée à la détermination de l'équilibre; la Mécanique serait donc ainsi réduite en principe à une seule équation.

» J'arriverai maintenant au terme de mes inductions, en passant par une suite de remarques du monde mathématique au monde physique :

» *a.* Il y a complète analogie entre la chaleur et la lumière;

» *b.* Les faits de dilatation qui accompagnent l'élévation de température se rattachent naturellement par la considération de la force centrifuge à l'idée de rotations moléculaires alternatives;

» *c.* Les vibrations lumineuses sont reconnues avoir lieu perpendiculairement aux rayons de lumière, que l'on peut aussi appeler *rayons de pesanteur;*

» *d.* Toute oscillation rectiligne peut être considérée comme la projection en profil d'un déplacement circulaire ou d'une rotation, et c'est même, si je ne me trompe, par ce seul artifice géométrique que l'analyse mathématique a pris pied dans les phénomènes vibratoires, les formules relatives à ces phénomènes contenant toujours une fonction circulaire.

» Si l'on rapproche ces remarques des considérations géométriques qui précèdent, n'est-on pas conduit à dire:

» La sensation de la chaleur, celle de la lumière, celle des autres manifestations dites *impondérables* doivent être dues à des mouvements moléculaires rotatoires, dont les circonstances sont aux effets de la pesanteur ce que les quantités imaginaires sont aux quantités réelles? à dire, en résumé :

» *Les impondérables de la physique sont les imaginaires des mathématiques?*

» C'est cette proposition que je prétends démontrer, en ce qui touche la vitesse des mouvements vibratoires et la vitesse de translation.

» Théorème. — *Énoncé.* — « L'usage des quantités réelles pour repré-
» senter les vitesses de déplacement dues à l'action directe de la pesanteur
» implique l'interprétation des quantités imaginaires qui se présentent
» dans les calculs par les vitesses de vibration correspondant aux faits
» accessoires du genre de la chaleur. »

» *Démonstration.* — Soit un corps tombant, de masse m, considéré au moment où la chute lui a fait acquérir une vitesse v, et où il est animé en conséquence d'une force vive mv^2.

» Si ce corps supposé homogène et non élastique est arrêté brusquement sans déformation, la théorie mécanique établie au point de vue exclusif du mouvement de translation veut que cette force vive soit perdue.

» D'un autre côté, le principe de l'équivalence mécanique de la chaleur dûment généralisé veut que la perte de force vive de translation soit compensée par les effets résultant du choc, ou arrêt brusque, qui sont du même genre que l'échauffement, et correspondent à la somme des forces vives de vibration moléculaire ou intérieure.

» Désignons par ω la vitesse du mouvement intérieur de chaque molécule μ, qui se traduit entre autres effets par la sensation de chaleur, et dont l'amplitude se mesure, en ce qui concerne le même effet, par le degré de température.

» En restant au point de vue propre à la théorie du mouvement de translation, la somme des forces vives intérieures $\Sigma\mu\omega^2$ est nécessairement égale et de signe contraire à la force vive mv^2, puisqu'elle l'annule en apparence à ce point de vue, et on peut au moins en conclure, quel que soit le mode de sommation des forces vives moléculaires $\mu\omega^2$, que ω^2 est de signe contraire à v^2; donc si v^2 est positif, ω^2 est négatif; donc si v est réel, ω est imaginaire. C. Q. F. D.

» Je ne me dissimule pas l'objection capitale que l'on peut élever contre cette démonstration, mais je pense qu'elle est détruite par l'observation; qu'entre les deux principes sur lesquels j'appuie mon raisonnement, il y a un changement de point de vue, j'allais dire un changement de coordonnées.

» Je crois d'ailleurs que l'on rencontre nécessairement une difficulté analogue dans toute évolution théorique destinée à relier des faits de nature différente.

» Sans rien retirer de mes inductions sur la représentation géométrique des imaginaires, je tiens à constater que mon théorème en est indépendant.

» J'ai évité de prononcer le mot *électricité* : l'électricité, pour laquelle nous n'avons aucun sens spécial, n'est pas du même ordre que la chaleur, la lumière, les saveurs et les odeurs, et comme elle arrive, dans l'électro-magnétisme, à réaliser des effets analogues à ceux de la pesanteur, elle doit, pour cette raison, lui être rattachée par un produit de deux rapports imaginaires.

» J'ai aussi évité d'employer le mot *gravitation*, qui pourrait être réservé pour l'ensemble des manifestations de réciprocité, dont l'étude mathématique devrait, ce me semble, être menée de front au moyen des quantités $a \pm b\sqrt{-1}$, méritant alors la qualification de *quantités naturelles*. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Courbure en un point multiple d'une courbe ou d'une surface; par* **M. L. Painvin.** (Extrait.)

(Commissaires : MM. Chasles, Bertrand, Serret.)

« Voici les énoncés des principales propositions auxquelles j'ai été conduit.

Courbes.

» **1.** Lorsqu'une courbe possède un point double ordinaire O, un cercle quelconque, touchant en O une des branches de la courbe, rencontre cette courbe en trois points coïncidant avec O, c'est-à-dire qu'il a avec elle un contact effectif du premier ordre. Il existe, pour chacune des branches de la courbe, un cercle touchant cette branche et rencontrant la courbe en quatre points coïncidant avec O, c'est-à-dire ayant avec cette courbe un contact effectif du second ordre ou d'un ordre plus élevé; ce sont les deux cercles osculateurs au point double considéré.

» Si l'une des tangentes au point double a, avec la courbe, un contact effectif d'un ordre supérieur au premier, le rayon du cercle osculateur correspondant est infini.

» **2.** Lorsque le point double est un *point de rebroussement* (c'est-à-dire

si les deux tangentes se confondent), on devra distinguer les trois cas suivants :

» 1° Lorsque la tangente de rebroussement a, avec la courbe, un contact effectif du premier ordre seulement, le cercle osculateur, c'est-à-dire le cercle ayant un contact effectif du second ordre, a son rayon nul; la courbure est alors infinie.

» 2° Lorsque la tangente de rebroussement a, avec la courbe, un contact effectif du second ordre, et du second ordre seulement, un cercle quelconque, touchant la courbe au point de rebroussement, la rencontre en quatre points coïncidant avec le point double, c'est-à-dire a avec elle un contact effectif du second ordre. Il y a alors deux cercles ayant avec la courbe un contact effectif du troisième ordre ou d'un ordre plus élevé; ces cercles sont en général distincts, et leurs rayons ne sont jamais nuls ou infinis.

» 3° Lorsque la tangente de rebroussement a, avec la courbe, un contact effectif d'un ordre supérieur au second, un cercle quelconque, touchant la courbe au point de rebroussement, a avec cette courbe un contact effectif du second ordre seulement. Il n'y a plus qu'un seul cercle osculateur dont le rayon ne soit pas en général infini; ce cercle a un contact effectif du troisième ordre, ou d'un ordre plus élevé dans des cas particuliers.

» 3. Lorsqu'une courbe possède un point multiple d'ordre p, et que les tangentes en ce point sont distinctes, il y a p cercles qui, touchant séparément chacune des branches de la courbe, ont avec celle-ci un contact effectif du second ordre, c'est-à-dire la rencontrent en $(p+2)$ points coïncidant avec le point multiple.

« Si une des tangentes au point multiple a, avec la courbe, un contact effectif d'un ordre supérieur au premier, le rayon de courbure correspondant est infini.

» 4. Une courbe ayant un point multiple O, d'ordre p, on suppose que l des tangentes viennent à coïncider avec une droite T; on admet, en outre, que les polaires du point O, ayant pour ordres respectifs p, $p+1$, $p+2$, $p+3, \ldots$, $p+l-2$, $p+l-1$, $p+l$, renferment respectivement et au moins l, $l-1$, $l-2$, $l-3, \ldots$, 2, 1, 0 droites coïncidant avec la tangente T. Ceci admis, un cercle quelconque, touchant en O la droite T, rencontre la courbe en $(p+l)$ points coïncidant avec O, c'est-à-dire a avec elle un contact effectif du $l^{\text{ième}}$ ordre.

» Il y aura l cercles osculateurs correspondant à cette tangente, c'est-à-

dire l cercles qui, touchant en O la droite T, auront avec la courbe un contact effectif du $(l+1)^{ième}$ ordre ou d'un ordre plus élevé. Aucun de ces cercles n'aura son rayon nul; mais il pourra arriver que plusieurs aient leur rayon infini.

» 5. Une courbe ayant un point multiple O, d'ordre p, l des tangentes viennent à coïncider avec une droite T; on suppose en outre que, parmi les polaires du point O dont les ordres respectifs sont p, $p+1$, $p+2,\ldots$, $p+i,\ldots$, $p+j,\ldots$, $p+l-1$, $p+l$, toutes ne renferment pas respectivement l, $l-1$, $l-2,\ldots$, $l-i,\ldots$, $l-j,\ldots$, 2, 1, 0 droites coïncidant avec la droite T; ainsi, par exemple, les polaires dont les ordres sont $(p+i)$, $(p+j)$, $(p+k)$, $[i<j<k<l]$, renferment respectivement $(l-i-i_1)$, $(l-j-j_1)$, $(l-k-k_1)$ droites seulement coïncidant avec T, au lieu d'en renfermer $(l-i)$, $(l-j)$, $(l-k)$. Dans ce cas, un cercle quelconque, touchant en O la droite T, aura avec la courbe un contact effectif de l'ordre $(l-i_1)$, si i_1 est le plus grand des nombres i_1, j_1, k_1. Il y aura alors i cercles ayant un contact effectif d'un ordre plus élevé, et les rayons de ces i cercles seront nuls.

Surfaces.

» 6. Lorsqu'une surface possède un point multiple O, d'ordre p, et qu'un plan sécant tourne autour d'une génératrice fixe G du cône tangent, le lieu des centres des cercles osculateurs en O à la branche de courbe qui touche cette génératrice est un cercle situé dans un plan perpendiculaire à la droite G et touchant en O le plan tangent au cône suivant cette génératrice. Le théorème de Meunier est donc encore vrai dans le cas d'un point multiple; le plan sécant doit tourner alors autour d'une tangente proprement dite en ce point multiple. Si la génératrice G est une des $p(p+1)$ tangentes inflexionnelles de la surface S en son point multiple, le lieu des centres est la droite de l'infini située dans le plan perpendiculaire à cette génératrice.

» 7. Lorsqu'une surface possède un *point double de rebroussement conique* (ou point double biplanaire), un plan quelconque passant par l'axe de rebroussement OZ, c'est-à-dire l'intersection des deux plans tangents ZOT_1, ZOT_2, coupe la surface suivant une courbe ayant un rebroussement en O; OZ est la tangente de rebroussement. La courbure en ce point de la courbe de section est infinie; il y a exception pour trois directions du plan sécant; dans ce cas, il y a deux cercles osculateurs : ces cercles ont avec la courbe de section un contact effectif du troisième ordre.

» Lorsque le plan sécant tourne autour d'une droite fixe OA située dans le

plan tangent ZOT_1, par exemple, le lieu des centres des cercles osculateurs en O et touchant la droite OA est un cercle; ce cercle touche le plan ZOT_1 et est dans un plan perpendiculaire à OA. Si la droite OA est une des tangentes inflexionnelles de la surface S situées dans le plan ZOT_1, le lieu des centres est la droite de l'infini située dans le plan perpendiculaire à OA.

» Le lieu des centres des cercles osculateurs en O pour toutes les sections planes de la surface S est une surface du dixième ordre, qui se décompose en deux surfaces du cinquième ordre Γ et Γ_1; pour chacune des surfaces Γ et Γ_1, l'origine O est un point quadruple (quadri-planaire); elles passent toutes deux par les cercles imaginaires de l'infini. Le cône des directions asymptotiques se compose du cône imaginaire $(x^2+y^2+z^2=0)$ et de plans respectivement perpendiculaires aux tangentes inflexionnelles de la surface S relatives au point O.

» 8. Lorsqu'une surface S possède un point double O de *rebroussement plan* (ou point double uni-planaire), les tangentes proprement dites à la surface en ce point sont dans un même plan que je nomme *plan de rebroussement;* ce plan coupe la surface suivant une courbe ayant un point triple en O; soient T_1, T_2, T_3 les tangentes en ce point triple.

» Quand un plan passe par le point O, le cercle osculateur en O à la courbe de section est un cercle de rayon nul, c'est-à-dire que la courbure est toujours infinie tant que le plan sécant ne passe pas par une des tangentes T_1, T_2, T_3.

» Lorsque le plan sécant passe par une de ces tangentes, T_1 par exemple, un cercle quelconque touchant en O la courbe de section a, avec cette courbe, un contact effectif du second ordre, c'est-à-dire la rencontre en quatre points coïncidant avec O; il y a alors deux cercles osculateurs ayant avec la courbe en O un contact effectif du troisième ordre.

» Lorsque le plan sécant tourne autour de la tangente T_1, par exemple, les centres des cercles osculateurs proprement dits décrivent une courbe située dans un plan passant par O et perpendiculaire à la droite T_1; cette courbe est du quatrième ordre, elle a un point de rebroussement en O; les points circulaires sont des points doubles. La courbe en question se réduit à deux cercles, si la droite T_1 résulte de la superposition de deux des tangentes au point triple de la section de la surface par le plan de rebroussement.

» 9. Lorsqu'une surface possède un point double de rebroussement plan, et que le plan de rebroussement coupe la surface suivant une courbe

ayant un point quadruple en O, il y aura deux cercles osculateurs en O pour la section faite par un plan quelconque passant par le point O; ces deux cercles auront avec la courbe un contact effectif du troisième ordre au moins.

» Lorsque le plan sécant tourne autour d'une droite fixe située dans le plan de rebroussement, le lieu des centres des cercles osculateurs en O se compose de deux cercles situés dans un plan perpendiculaire à la droite fixe et touchant en O le plan de rebroussement.

» Si le plan sécant tourne d'une manière quelconque autour du point O, le lieu des centres des cercles osculateurs est une surface Γ du huitième ordre ; le point O un point sextuple (tri-planaire) pour la surface Γ; le cercle imaginaire de l'infini est une *courbe double;* le cône des directions asymptotiques se compose de deux fois le cône imaginaire ($x^2+y^2+z^2=0$) et de quatre plans respectivement perpendiculaires aux tangentes du point quadruple de la section de la surface S par le plan de rebroussement. »

PHYSIOLOGIE. — *L'ingestion de la chair provenant de bestiaux atteints de maladies charbonneuses peut-elle communiquer ces affections à l'homme et aux animaux?* Note de **M. G. Colin**.

(Commissaires : MM. Cl. Bernard, Bouley, Boulliaud.)

« Les expériences faites à Alfort par M. Renault et communiquées à l'Académie des Sciences, il y a une quinzaine d'années, n'ont pas complétement tranché la question de savoir si les débris d'animaux charbonneux peuvent, sans danger, servir à l'alimentation de l'homme. En effet, d'après ce consciencieux observateur, certains animaux se nourriraient impunément de ces débris, tandis que d'autres en éprouveraient des accidents graves, parfois mortels. A quoi tiennent ces résultats opposés et comment la viande charbonneuse peut-elle être, suivant les espèces qui en font usage, un aliment tantôt dangereux, tantôt d'une innocuité parfaite? Tel est l'objet de ma communication.

» Dans les recherches que je vais résumer, j'ai eu en vue tout à la fois le côté physiologique de la question et celui de l'hygiène publique; mais ce dernier a surtout attiré mon attention, à cause de l'habitude qu'on prend de manger la viande saignante ou en partie crue, et de la facilité que le commerce trouve à verser aujourd'hui sur le marché des grandes villes les dépouilles des animaux abattus en dehors de la surveillance administrative.

» Je me suis assuré, par une première série d'expériences, que, parmi les mammifères et les oiseaux domestiques, il n'en est aucun qui ne jouisse de l'aptitude à contracter le charbon par le fait de l'inoculation. Il se communique à tous par ce moyen, mais non avec une égale facilité : très-bien aux herbivores et difficilement aux carnassiers, comme aux oiseaux, qui passent à tort pour être réfractaires à la contagion de cette maladie. L'homme partage la même aptitude dans des limites restreintes. L'inoculation ne développe guère sur lui qu'un charbon local, le moins grave de tous, connu sous le nom de *pustule maligne*, encore n'est-ce que difficilement, comme le prouve ce qui se passe dans les clos d'équarrissage, tels que celui de Sourd, près de Chartres, où des ouvriers, dont les mains sont fréquemment blessées, dépècent tous les jours, sans en éprouver d'accidents, un grand nombre de cadavres de ruminants charbonneux.

» Dès l'instant que l'aptitude à contracter le charbon par l'inoculation est établie pour les animaux et pour l'homme, on conçoit que tous puissent contracter cette maladie en faisant usage de débris virulents, à supposer que l'inoculation soit susceptible de s'opérer par la muqueuse des voies digestives, comme elle se fait dans les solutions de continuité. Il faut donc examiner ce point pour chaque espèce en particulier, car on ne saurait, en raison des différences d'organisation, conclure sûrement d'un animal à l'autre, ni des animaux en général à l'espèce humaine.

» J'ai d'abord fait avaler à quatre chiens une grande partie du cadavre d'un mouton qui venait de mourir du charbon, dit *sang de rate*, développé par l'inoculation. Aucun de ces quatre animaux n'a éprouvé la plus légère indisposition. Le sang du mouton était cependant très-riche en bactéries et d'une grande virulence, comme le démontra l'insertion de quelques gouttes de ce liquide dans le tissu cellulaire d'un lapin.

» Un autre chien a été nourri, pendant huit jours, de viande et de sang provenant d'un cheval mort du charbon ; il a dévoré, en outre, à quelques jours d'intervalle, plusieurs lapins charbonneux dont il a été obligé de broyer les os, au risque de se blesser la muqueuse buccale. Il n'en a pas été plus incommodé que les premiers.

» Tous les faits observés sur les chiens concordent avec ceux-là. Dans les expériences de M. Renault, jamais aucun accident de transmission n'a été constaté sur ces animaux. Lors de l'épizootie charbonneuse observée par M. Rey, dans les Hautes-Alpes, plusieurs chiens ont impunément dévoré des chairs d'animaux morts et même des tumeurs qui venaient d'être extirpées. A cet égard, aucun doute ne saurait subsister.

» Les autres animaux carnassiers paraissent aussi complétement réfractaires que le chien à l'inoculation par les voies digestives. Tous les jours, on voit ceux des ménageries se repaître de viandes de cette nature. Les carnassiers du Muséum nous répètent à tout instant l'expérience, car, parmi les viandes saisies dont ils se nourrissent, il en est assez souvent qui proviennent d'animaux charbonneux, comme j'en ai eu plusieurs fois la preuve. On peut même ajouter que, sans cette immunité, les carnassiers sauvages seraient vite détruits, tant sont fréquentes les occasions qu'ils trouvent de dévorer des cadavres d'herbivores tués par les maladies carbunculaires.

» Le porc et les oiseaux de basse-cour qui mangent avec avidité la chair et le sang se comportent absolument comme les carnivores. On peut leur donner, sans qu'il en résulte aucun accident, les muscles, le foie, la rate et toutes les parties les plus altérées par le charbon. Ici, le fait de l'innocuité acquiert une nouvelle importance, car le porc et les oiseaux de basse-cour sont plus aptes à l'inoculation du virus charbonneux que les carnassiers, et ils ont, en outre, des maladies charbonneuses spontanées.

» Quant aux herbivores, bien que, dans les conditions ordinaires, ils ne soient pas exposés à ingérer la chair et le sang, ils peuvent prendre des fourrages souillés par divers débris cadavériques. Aussi, pour eux, l'examen de la contagion par les voies digestives n'est pas sans intérêt.

» J'ai nourri pendant plusieurs jours deux lapins, de farine et de son arrosés de sang provenant de ruminants morts du charbon pendant l'été, dans les environs de Chartres. Ils n'ont éprouvé aucun trouble notable dans les fonctions digestives et aucun symptôme de charbon. Pour mieux mettre en contact le sang avec les muqueuses buccale et pharyngienne, je l'ai fait ensuite avaler par petites portions, en le portant entre les lèvres et sur la langue, à l'aide d'un pinceau. Sur six animaux, trois jeunes et trois adultes, l'opération a été répétée pendant plusieurs jours consécutifs; aucun d'eux n'a ressenti la moindre indisposition.

» Mais les choses se passent-elles sur l'homme comme sur les carnassiers, sur les omnivores, les oiseaux et les rongeurs? Tout semble le démontrer, avec une certitude presque égale à celle que donneraient des expériences directes. Un grand nombre de faits authentiques et très-bien observés prouvent que l'usage de la chair des animaux charbonneux ne produit pas d'accidents susceptibles d'être rapportés à une inoculation par les voies digestives. En effet, dans les observations de Duhamel et de Morand, un grand nombre de personnes ont mangé impunément la chair des bœufs

affectés de charbon, quoique sans doute elle ait dû être souvent imparfaitement cuite et en partie saignante. Il n'est arrivé d'accidents qu'aux individus qui se sont inoculé le sang en tuant les animaux malades ou en préparant la chair. On voit, de même, à tout instant, dans les campagnes, les animaux morts du charbon servir aux repas de ceux qui les dépouillent, Il arrive, non moins fréquemment, que des bœufs ayant contracté, par le fait de longues marches pendant les fortes chaleurs, des affections très-analogues au charbon sont, sans qu'il en résulte d'accidents, livrés à la consommation, même dans les villes où la viande est mangée sous diverses formes à demi crue. Dans les fermes de la Beauce, on égorge assez souvent des moutons à sang de rate pour les usages culinaires, comme on le faisait il y a vingt-cinq ans, alors qu'on ne soupçonnait pas encore la nature charbonneuse de cette maladie, et pourtant les médecins ne paraissent pas observer d'accidents dans ces conditions. Il est clair que s'il s'en produisait, même rarement, l'usage de cette chair serait réputé dangereux. L'homme ne fait donc pas exception à la règle générale; il semble se trouver dans le même cas que les animaux qui consomment sans danger la chair crue de provenance charbonneuse.

» Les trois exemples de transmission du charbon aux bêtes ovines, les seuls que M. Renault ait constatés dans ses nombreuses expériences, ne sauraient affaiblir la précédente conclusion, car ils sont offerts par trois animaux auxquels il a fallu faire avaler de force les débris charbonneux. On a pu blesser les muqueuses en portant les substances virulentes au fond de la gorge ou en faire tomber une partie dans les voies aériennes, comme cela arrive fréquemment lorsque la déglutition n'est pas libre. Dans le premier cas, l'absorption se sera effectuée par les plaies; dans le second cas, elle aura eu lieu à la surface d'une muqueuse qui jouit au plus haut degré de la faculté absorbante. Ce qui montre le fondement de cette explication, c'est qu'aucun exemple d'inoculation n'a été observé sur les animaux qui ont mangé spontanément la chair, le sang et les autres débris des sujets morts du charbon.

» Maintenant, à quoi faut-il attribuer l'innocuité des matières charbonneuses introduites dans les voies digestives? Est-ce à la non-absorption des principes virulents, ou à leur altération par le suc gastrique ou par les liquides intestinaux, altérations qui les dépouillent de leur activité?

» Il n'est pas improbable que les matières virulentes du charbon se comportent comme les venins et certains poisons, tels que le curare, qui demeurent sans action dans le tube intestinal, sans qu'on connaisse exac-

tement la raison de ce fait exceptionnel. Mais il est certain que les sucs digestifs enlèvent à la chair et au sang de provenance charbonneuse leurs propriétés contagifères. Pour le démontrer, j'ai fait avaler du sang et des muscles doués d'une virulence préalablement constatée à un chien porteur d'une fistule gastrique, et j'en ai retiré au bout de quelques heures les portions fluidifiées. Celles-ci n'ont plus alors produit aucun effet par leur insertion dans le tissu cellulaire d'un petit animal. D'autre part, le suc gastrique retiré de l'estomac de l'animal vivant et mis en contact avec le sang à la température du corps, dans une sorte de digestion artificielle, a également destitué ce liquide de ses propriétés morbides. C'est donc surtout à l'action du suc gastrique que les matières virulentes doivent l'innocuité qu'elles acquièrent dans l'appareil digestif, innocuité que la cuisson complète peut aussi communiquer.

» D'après ce qui précède, on voit qu'il n'y a pas lieu de s'alarmer des opinions récemment exprimées au sujet de l'usage des viandes charbonneuses, ni de faire des vœux pour la révision des règlements sévères applicables à la vente des viandes de cette nature.

» Dans une prochaine communication, j'aurai l'honneur de faire part à l'Académie des recherches qui établissent, je pense, que la chair des animaux phthisiques ne peut donner lieu à aucun accident d'inoculation tuberculeuse. »

PHYSIQUE. — *Réponse à une réclamation de priorité de* M. Demoget *concernant une machine électrique; par* **M. F. Carré.**

(Commissaires : MM. Balard, Edm. Becquerel, Jamin.)

« Je lis, dans les *Comptes rendus* du 11 janvier, une réclamation de priorité de M. Demoget, de Metz, sur la machine diélectrique que j'ai présentée à l'Académie le 28 décembre dernier, réclamation appuyée, d'une part, sur ce qu'il a fait produire publiquement le même jour, *à la machine de Holtz, placée par lui dans des conditions spéciales, des étincelles de* 15 *à* 18 *centimètres.* J'ai l'honneur de rappeler à l'Académie, que mon appareil, décrit par M. Jamin à la séance du 28 décembre, avait été présenté en réalité et de toutes pièces à la séance du 21 décembre précédent, pendant laquelle il a fonctionné, sans qu'il ait été possible de l'expliquer alors, à cause de l'abondance des matières de l'ordre du jour; j'ajoute qu'il a été consigné dans un brevet le 10 novembre dernier; j'observerai ensuite qu'à part le principe

de l'influence, ma machine diffère essentiellement de la machine de Holtz, et qu'il n'y a de commun dans les deux expériences que la longueur des étincelles : encore faudrait-il que M. Demoget indiquât, comme je l'ai fait, le diamètre du plateau qui les a produites, pour en établir la comparaison réelle.

» M. Demoget paraît faire la même confusion à propos d'un Mémoire présenté par lui le 29 octobre à l'Académie de Metz, *sur la machine de Holtz et ses congénères, ainsi que sur une machine à double plateau*, Mémoire pour lequel, du reste, la Note n'argue d'aucune publicité.

» M. Demoget annonce que les étincelles de 15 à 18 centimètres ont été obtenues par lui, alors que l'air extérieur était saturé de vapeur d'eau ; je dois faire remarquer que dans l'air saturé de vapeur d'eau, même en supposant une température relativement basse de + 10 degrés, aucune machine statique ne peut donner d'électricité sensible, et que l'air ambiant doit être loin du point de saturation pour obtenir des étincelles de 4 à 5 centimètres. »

MM. Combes et de Saint-Venant sont adjoints à la Commission précédemment nommée pour l'examen des Mémoires adressés par *M. Lévy*, pour le concours du prix Dalmont.

M. de Saint-Venant est adjoint à la Commission nommée pour l'examen du Mémoire adressé par *M. Kleitz* « sur les forces moléculaires dans les liquides en mouvement, avec application à l'hydrodynamique ».

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correpondance :

1° Un volume imprimé en anglais, ayant pour titre : « Manuel des produits économiques du Pendjab, par *M. Powell* ». Ce volume est offert à l'Académie, au nom du gouvernement du Pendjab, par *M. Garcin de Tassy*.

2° Une brochure intitulée : « Notes paléontologiques par *M. Eug. Deslongchamps* ».

« **M. Chasles** fait hommage à l'Académie, de la part de M. le Prince *B. Boncompagni*, de la livraison de septembre du *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche*, où l'on trouve une Notice fort étendue et intéressante du Dr Angelo Forti, professeur à l'école technique de Pise, sur lès travaux de deux géomètres hongrois, Wolfgang et Jean Bolyai. M. Boncompagni a joint à cette Notice de nombreuses notes bibiographiques. Cette livraison du Bulletin renferme aussi un Résumé des diverses publications mathématiques de M. Poudra. »

M. J. Carpenter adresse, de l'Observatoire de Greenwich, six épreuves photographiques sur verre de l'éclipse de Soleil du mois d'août 1868.

PHYSIQUE. — *Sur un fragment de verre présentant une division radiée.* Lettre de **M. Ernest Dumas** à M. Élie de Beaumont.

« En mettant en ordre un certain nombre de produits chimiques et d'échantillons minéralogiques laissés par M. Gay-Lussac au laboratoire de la *Garantie*, j'ai rencontré un fragment de verre qui, par suite d'un refroidissement brusque, a contracté un système de cassures d'une forme toute particulière, et qui avait été conservé évidemment à cause de cette disposition.

» Frappé de la relation qui peut exister entre ces cassures et la solidification de la surface du globe terrestre, j'ai de suite pensé qu'il pouvait vous être agréable d'avoir connaissance de cet échantillon, et je prends la liberté de vous le soumettre en vous priant de vouloir bien l'accepter comme provenant de Gay-Lussac, se rattachant au système pentagonal et offert par un de vos anciens élèves. »

« **M. Élie de Beaumont**, en déposant sur le bureau de l'Académie le fragment de verre, en forme de secteur sphérique, envoyé par M. Ernest Dumas, compare la division de sa surface courbe en polygones irréguliers par des fissures normales pénétrant à peu près jusqu'au milieu du rayon, au *craquelé initial* qui a dû se produire sur la surface du globe terrestre pendant la *première phase* de son refroidissement. Le réseau pentagonal s'est développé pendant la *seconde phase* sous l'empire d'actions mécaniques qui n'existaient pas durant la première. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur le nombre des droites qui satisfont à quatre conditions données.* Note de M. HALPHEN, présentée par M. Bertrand.

« Parmi les droites qui satisfont à deux conditions données, combien y en a-t-il qui satisfassent à deux conditions nouvelles? En cherchant à résoudre ce problème, je suis parvenu au résultat suivant. Si M et N sont les nombres trouvés en particularisant de deux manières différentes le second couple de conditions, celui que l'on trouvera dans tout autre cas est de la forme $\alpha M + \beta N$, α et β étant des nombres qui ne dépendent pas du premier couple de conditions. L'objet de cette Note est la démonstration de ce théorème.

» On voit immédiatement qu'on n'augmente ni ne diminue la généralité de la proposition en particularisant les deux couples de conditions qui, joints successivement au premier, donnent lieu aux *caractéristiques* M et N. Je supposerai donc que pour l'un de ces couples : « Les droites sont dans un » plan donné », et pour le second : « Les droites passent par un point » donné », et je désignerai par μ et ν les caractéristiques correspondantes.

» Cela posé, on verra aisément que le théorème énoncé peut être mis sous cette forme :

« Le nombre des droites qui satisfont à deux couples de conditions dont » les caractéristiques sont μ, ν et μ_1, ν_1, est égal à $\mu\mu_1 + \nu\nu_1$. »

» Je vais démontrer ce théorème.

» Soient

$$y = ax + b, \quad z = cx + d$$

les équations d'une droite, et

$$(1) \qquad \Phi(a, b, c, d) = 0, \quad \Psi(a, b, c, d) = 0$$

deux équations auxquelles satisfont ses paramètres. Supposons d'abord que ce sont des équations générales de degré m et m'. La condition que la droite soit dans un plan $(Ax + By + Cz = 1)$ est exprimée par les deux équations linéaires

$$(\alpha) \qquad A + Ba + Cc = 0, \quad Bb + Cd = 1.$$

La condition que la droite passe par un point est aussi exprimée par deux équations linéaires. Donc les caractéristiques sont

$$\mu = \nu = mm'.$$

» Cherchons les droites situées dans un plan perpendiculaire à l'axe ox.

On les obtiendra en donnant à a et b des valeurs infinies ayant un rapport fini. Les équations (1) donneront, pour c et d, mm' systèmes de valeurs infinies ayant des rapports finis. En sorte que les droites cherchées sont les intersections du plan proposé avec mm' plans parallèles. Ces mm' droites se confondent donc avec la droite à l'infini du plan coordonné zoy.

» Si l'on suppose deux autres conditions :

$$(2) \qquad \Phi_1 = 0, \quad \Psi_1 = 0,$$

qui soient des équations générales des degrés m_1, m'_1, les caractéristiques de ce couple de conditions sont $\mu_1 = \nu_1 = m_1 m'_1$, et la droite à l'infini du plan zoy compte pour $m_1 m'_1$ droites du système.

» Si l'on suppose en même temps les quatre conditions (1) et (2), cette droite compte pour $mm'm_1 m'_1$ solutions du problème. De plus, les quatre équations (1) et (2) déterminent $mm'm_1 m'_1$ systèmes de valeurs des paramètres, c'est-à-dire ce nombre de droites. Le nombre total des droites cherchées est donc $2mm'm_1 m'_1 = \mu\mu_1 + \nu\nu_1$.

» Supposons actuellement que les conditions (1) soient des équations particulières des degrés m, m'. Cherchant à déterminer μ, on tire des équations (α) la valeur de c en fonction de a et celle de d en fonction de b, et l'on substitue ces valeurs dans les équations (1). Les courbes planes représentées par ces équations, où a et b sont censées des coordonnées rectilignes, se coupent en mm' points ; et, si μ est inférieur à mm', c'est que les coordonnées de quelques-uns de ces points sont indépendantes de A, B, C. Il y a donc des systèmes de valeurs de a et b telles, qu'elles satisfont aux conditions (1), quelles que soient les valeurs de c et d.

» Soient a_1 et b_1 les coordonnées de ces points constants, et ω le nombre de points communs aux deux courbes pour lequel il compte. Toutes les droites contenues dans le plan

$$y = a_1 x + b_1$$

comptent chacune pour ω droites satisfaisant aux conditions (1). Il peut exister plusieurs pareils plans (P), parallèles aux axes oz ou oy, et l'on aura

$$\mu = mm' - \sum \omega.$$

» On verra d'une manière analogue que la caractéristique ν ne peut différer de mm' que par suite de l'existence de points fixes (M) tels, que toutes les droites qui passent par l'un d'entre eux comptent chacune pour

un certain nombre de droites. Soit ρ le nombre relatif à un de ces points, on aura

$$\nu = mm' - \sum \rho.$$

» Supposons que les mêmes faits se présentent dans les conditions (2), en sorte qu'on ait

$$\mu_1 = m_1 m'_1 - \sum \omega_1, \quad \nu_1 = m_1 m'_1 - \sum \rho_1.$$

Le nombre des droites satisfaisant aux quatre conditions exprimées par les quatre équations (1) et (2) est égal à $2mm'm_1 m'_1$, moins le nombre des solutions étrangères, qui sont les suivantes :

» 1° Les intersections de chaque plan (P) avec chaque plan (P'), qui comptent pour $\sum \omega \sum \omega_1$ solutions;

» 2° Les droites qui sont dans chaque plan (P) et qui satisfont effectivement au deuxième couple de conditions, et celles qui sont dans chaque plan (P') et satisfont effectivement au premier couple de conditions : ces droites comptent pour $\mu_1 \sum \omega + \mu \sum \omega_1$ solutions;

» 3° Les droites qui passent par un point (M) et un point (M') : elles comptent pour $\sum \rho \sum \rho_1$ solutions;

» 4° Les droites qui passent par un point singulier d'un système et satisfont effectivement aux conditions de l'autre système : elles comptent pour $\nu_1 \sum \rho + \nu \sum \rho_1$ solutions;

» En sorte que le nombre des solutions effectives est

$$\left(mm' - \sum \omega\right)\left(m_1 m'_1 - \sum \omega_1\right) + \left(mm' - \sum \rho\right)\left(m_1 m'_1 - \sum \rho_1\right) = \mu\mu_1 + \nu\nu_1.$$

» Le théorème est donc complétement démontré.

» Parmi les applications que l'on peut faire de ce théorème, je citerai les suivantes :

» Le nombre des tangentes communes à quatre surfaces des degrés p, p', p'', p''', est

$$2pp'p''p'''(p-1)(p'-1)(p''-1)(p'''-1);$$

» Le degré de la surface gauche engendrée par les tangentes communes aux trois premières de ces surfaces est

$$2pp'p''(p-1)(p'-1)(p''-1);$$

» Le nombre des droites ayant un contact du second ordre avec deux surfaces des degrés p, p' est

$$9pp'(p-2)(p'-2)+pp'(p-1)(p'-1)(p-2)(p'-2);$$

» Le nombre des droites bitangentes à ces deux surfaces est

$$\frac{1}{4}pp'(p-2)(p'-2)(p^2-9)(p'^2-9)$$
$$+\frac{1}{4}pp'(p-1)(p'-1)(p-2)(p'-2)(p-3)(p'-3);$$

» Le nombre de leurs normales communes est

$$(p^3-p^2+p)(p'^3-p'^2+p')+pp'(p-1)(p'-1);$$

» Si l'on considère deux courbes gauches de degré p et p', dont les perspectives ont A et A′ points doubles, le nombre des droites qui rencontrent deux fois les deux courbes est

$$AA'+\frac{1}{4}pp'(p-1)(p'-1);$$

» Si C et C′ désignent les classes de ces courbes, le nombre de leurs normales commues est

$$(p+C)(p'+C')+pp'.$$

» On peut, au moyen de ces résultats, parvenir à des résultats relatifs à une seule surface ou une seule courbe, et trouver facilement, par exemple : le nombre des droites qui sont quatre fois tangentes à une même surface; le nombre des binormales d'une surface, d'une courbe, etc.

» Je n'insisterai pas sur ce sujet, qui rentre dans une théorie générale des surfaces et des courbes dont je m'occupe actuellement. »

MÉCANIQUE. — *Sur une propriété des systèmes qui ont un plan invariable.* Note de **M. Radau**, présentée par M. d'Abbadie.

« Dans les problèmes où les forces ne dépendent que des distances mutuelles des mobiles, on peut faire abstraction de la position absolue de ces derniers, et se contenter d'en déterminer la *configuration* autour d'un point qui fait partie du système; on peut, par exemple, prendre l'origine des coordonnées au centre de gravité, en le supposant fixe dans l'espace. Il en résulte six équations de condition entre les coordonnées et les vitesses, et le nombre des équations différentielles se trouve ainsi diminué de six.

» Quand les forces et les liaisons du système n'éprouvent aucun chan-

gement par une rotation d'ensemble de tous les points autour d'une droite fixe (qui peut contenir des centres d'attraction), nous avons toujours une intégrale des aires : la somme des vitesses aréolaires autour du pôle fixe est une constante. Cette intégrale nous permet déjà d'éliminer une variable; mais, si le principe des forces vives a lieu en même temps, elle nous permet d'éliminer *deux variables*. Nous pouvons, dans ce cas, rapporter le mouvement à un méridien mobile avec le système; la position absolue de ce plan mobile par rapport à un méridien fixe, se détermine après coup par une quadrature (1). Prenons l'axe polaire pour axe des z, le plan invariable pour plan des x, y, et l'intersection de ce plan avec le méridien mobile, ou la *ligne des nœuds*, pour axe des x; soit Ω la longitude du nœud, ou l'angle que le méridien mobile fait avec un méridien fixe, et désignons par Ω' la dérivée de Ω, qui représente la vitesse de rotation du plan mobile. Les trois composantes de la vitesse d'un point matériel libre seront

$$x' - y\Omega', \quad y' + x\Omega', \quad z',$$

et la force vive du système deviendra

$$2T = \sum m(x' - y\Omega')^2 + \sum m(y' + x\Omega')^2 + \sum mz'^2.$$

» Le méridien mobile se détermine par une équation, $f = 0$, entre les coordonnées, et les équations $f = 0$, $\frac{df}{dt} = 0$, permettent d'éliminer une coordonnée et une vitesse. Si l'on fait

$$T - U = H, \quad \frac{dT}{dx'} = p, \quad \frac{dT}{dy'} = q, \quad \frac{dT}{dz'} = r, \quad \frac{dT}{d\Omega'} = K,$$

la méthode d'Hamilton donne le système canonique

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dH}{dp}, \quad \frac{dp}{dt} = -\frac{dH}{dx}, \ldots, \quad \frac{d\Omega}{dt} = \frac{dH}{dK}, \quad \frac{dK}{dt} = -\frac{dH}{d\Omega} = 0.$$

La dernière de ces équations donne $K = \text{const.}$; c'est l'intégrale des aires. Il en résulte que l'équation $\frac{d\Omega}{dt} = \frac{dH}{dK}$ est une quadrature, et que le système canonique qu'il s'agit d'intégrer ne renferme que les variables x, y, z, p, q, r, dont le nombre se trouve réduit à $2n - 2$ par les deux équations du méridien mobile. On peut d'ailleurs éliminer deux de ces variables en dif-

---

(1) C'est à cela que reviennent en principe les méthodes par lesquelles Jacobi, Bour et M. Brioschi ont traité le problème des trois corps, et celle qui s'applique ordinairement au problème du point attiré par deux centres fixes.

férentiant l'expression $T + \alpha \frac{df}{dt}$ et en déterminant le multiplicateur α par la condition que l'une des dérivées p, q, r s'annule. On trouve de cette manière

$$2T = \sum \frac{1}{m}[(p - \alpha f'x)^2 + (q - \alpha f'y)^2 + (r - \alpha f'z)^2]$$

et

$$\alpha = \frac{\sum (qx - py) - K}{\sum (xf'y - yf'x)},$$

où nous pouvons supposer $q_0 = 0$. On s'assure d'ailleurs qu'il est permis de supposer aussi $f = y_0 = 0$, ce qui donne

$$2T = \sum \frac{1}{m}(p^2 + q^2 + r^2) + \frac{1}{m_0}\left[\frac{K - \sum (qx - py)}{x_0}\right]^2.$$

» Une seule intégrale des aires nous permet donc d'éliminer deux variables (une coordonnée et une vitesse). Lorsque le système est libre, nous avons trois intégrales des aires, et nous pouvons éliminer *quatre* variables, en rapportant tous les points à trois axes mobiles. Je désignerai par x^0, y^0, z^0 les rotations autour des axes mobiles, et par a, b, c les cosinus des angles que ces axes font avec la normale au plan invariable; la force vive s'exprime alors par

$$2T = \sum m(x' + y^0 z - z^0 y)^2 + \sum m(y' + z^0 x - x^0 z)^2 + \sum m(z' + x^0 y - y^0 x)^2,$$

et les intégrales des aires sont, comme on sait,

$$\frac{dT}{dx^0} = Ka, \quad \frac{dT}{dy^0} = Kb, \quad \frac{dT}{dz^0} = Kc.$$

La force vive est une fonction homogène des vitesses apparentes x', y', z' et des trois rotations x^0, y^0, z^0; si l'on pose

$$\frac{dT}{dx'} = p, \quad \frac{dT}{dy'} = q, \quad \frac{dT}{dz'} = r,$$

on peut exprimer T par les variables p, q, r, et démontrer que

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dH}{dp}, \quad \frac{dp}{dt} = -\frac{dH}{dx}, \ldots,$$

comme dans le cas ordinaire auquel s'applique la méthode d'Hamilton. En

outre, on trouve que

$$K\frac{da}{dt}=b\frac{dT}{dc}-c\frac{dT}{db},\dots;$$

et, si l'on pose

$$a=\sin I\sin\varphi,\quad b=\sin I\cos\varphi,\quad c=\cos I,$$

il vient

$$K\frac{d\varphi}{dt}=\frac{dH}{dc},\quad K\frac{dc}{dt}=-\frac{dH}{d\varphi}.$$

» Les équations du centre de gravité et celles qui déterminent les axes mobiles réduisent le nombre des variables x, y, z à $3n-6$, le nombre des équations différentielles qu'il s'agit ici d'intégrer n'est donc que de

$$6n-12+2=6n-10.$$

» On peut encore éliminer dt, et l'on a l'intégrale $H=$ const., d'où il suit que le système canonique ci-dessus ne représente en somme que $6n-12$ équations du premier ordre.

» Lorsqu'on exprime les trois rotations par les trois angles I, φ, Ω et les dérivées I', φ', Ω', de manière que

$$x^{o}=\Omega' a+I'\cos\varphi,\quad y^{o}=\Omega' b-I'\sin\varphi,\quad z^{o}=\Omega' c+\varphi',$$

les intégrales des aires peuvent se mettre sous les formes suivantes :

$$\frac{dT}{d\Omega'}=K,\quad \frac{dT}{dI'}=0,\quad \frac{dT}{dI}=0,\quad \frac{dT}{d\varphi'}=Kc,\quad \frac{dT}{d\varphi}=Kc'.$$

» Si alors on exprime T par les variables $x, y, z, p, q, r, \varphi, I, \pi=Kc$, et qu'on élimine I par les intégrales, on retombe sur le système canonique indiqué plus haut. La variable π, qui dépend de l'inclinaison du plan des x, y sur le plan invariable, est la conjuguée de φ, c'est-à-dire de la longitude du nœud de ces plans, comptée dans le plan mobile des x, y. On peut d'ailleurs se contenter de déterminer le plan des x, y par deux équations, en prenant $\varphi=0$; dans ce cas, nous ne pouvons éliminer que cinq des variables x, y, z, mais nous n'avons plus à nous occuper de la variable φ. Tous ces raisonnements subsistent lorsqu'on fait l'élimination à l'aide de multiplicateurs indéterminés. Prenons, par exemple, pour axes mobiles les trois axes principaux d'inertie, l'origine des coordonnées étant au centre de gravité du système. Nous aurons les six équations

$$\sum mx=0,\dots,\quad \sum myz=0,\dots,$$

et en ajoutant à T l'expression

$$\alpha_1 \sum m(yz' + zy') + \beta_1 \sum mx' + \ldots,$$

nous trouverons

$$p = \frac{dT}{dx'} = m(x' + y^0 z - z^0 y + \beta_1 + \alpha_2 z + \alpha_3 y), \ldots,$$

d'où

$$\sum p = \beta_1 \sum m, \ldots, \quad \sum (ry - qz) = \alpha_1 \sum m(y^2 - z^2) + \mathrm{K}a, \ldots,$$

enfin

$$2\mathrm{T} = \sum \frac{p^2 + q^2 + r^2}{m} - \frac{\left(\sum p\right)^2 + \left(\sum q\right)^2 + \left(\sum r\right)^2}{\sum m}$$
$$+ \alpha_1^2 \sum m(y^2 + z^2) - 2\alpha_1 \sum (ry + qz) + \ldots.$$

» Les multiplicateurs α s'expriment par les variables x, y, z, p, q, r, et par a, b, c, ou, ce qui revient au même, par φ et π. Six des variables p, q, r peuvent être supposées égales à zéro, et les variables conjuguées x, y, z s'éliminent par les équations de condition. Ces formules se simplifient beaucoup dans le cas de trois corps. On trouve ainsi pour le problème des trois corps une foule de systèmes canoniques, par exemple un système formé des trois distances mutuelles, de leurs conjuguées, et des variables conjuguées φ, π. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'action physiologique de l'éthylconine, de l'iodure de diéthylconium, comparée à celle de la conine.* Note de **MM. L. Pélissard, F. Jolyet** et **André Cahours.**

« Nous venons aujourd'hui présenter à l'Académie, les résultats de nos recherches comparatives sur la conine, l'éthylconine et leurs sels, ainsi que sur l'iodure de diéthylconium.

» D'après les expériences de divers physiologistes (Kölliker, Guttmann, etc.), la conine exercerait sur les nerfs moteurs une action analogue à celle du curare. Nos expériences sur cet alcaloïde nous ont conduits aux mêmes résultats généraux. Il nous paraît toutefois utile d'insister sur quelques caractères qui différencient l'action de cette substance de celle du curare.

» Il convient de distinguer, dans l'intoxication, par la conine, l'empoi-

sonnement rapide par lequel on fait pénétrer tout d'un coup une dose déterminée de la substance dans le sang, de celui où la substance est livrée à l'absorption lente interstitielle.

» Dans le premier cas l'action de la substance est comme foudroyante, et après une période très-courte de convulsions ou de tremblements convulsifs, l'animal est complétement paralysé de tous mouvements volontaires et réflexes, et la mort en est la conséquence si l'on ne supplée par la respiration artificielle à la paralysie des muscles respiratoires. Dans ce cas l'empoisonnement de tous les nerfs est rapide et complet, et l'on ne détermine plus de contractions dans les muscles quand on excite les troncs nerveux aussitôt après la paralysie. Les nerfs pneumogastriques perdent en même temps leur excitabilité, et la galvanisation de ces nerfs ne produit plus l'arrêt, ni même le ralentissement des battements du cœur.

» Dans le deuxième cas (injection sous la peau) l'action de la substance est lente et graduelle. Lorsque l'animal tombe paralysé des mouvements volontaires, les nerfs sciatiques réagissent encore sur les muscles sous l'influence du galvanisme, et ce n'est que plus tard, après un certain temps de respiration artificielle, qu'ils perdent leur reste d'excitabilité. A ce moment, au contraire, les nerfs pneumogastriques ont déjà perdu depuis quelque temps leur action sur le cœur, puisque leur excitation par la pile ne produit plus l'arrêt des battements de cet organe.

» C'est là une particularité d'action de la conine que nous allons retrouver pour l'éthylconine et l'iodure de diéthylconium, qu'il importe de noter. Elle distingue, en effet, l'action de ces substances de celle du curare, puisque, dans l'empoisonnement par ce dernier, les nerfs vagues conservent jusqu'à la fin leur propriété d'arrêt des battements du cœur sous l'influence du galvanisme. Une autre preuve de la perte de l'excitabilité des nerfs pneumogastriques sous l'influence de ces poisons est la suivante. Chez les chiens dont le pouls est nettement intermittent (chose très-fréquente chez ces animaux), on voit celui-ci devenir parfaitement régulier pendant toute la durée de l'empoisonnement, puis reprendre ses intermittences lorsque les nerfs vagues recouvrent leur action après un certain temps de respiration artificielle. L'action de la conine et de ses dérivés sur les nerfs pneumogastriques, équivaut donc à la section de ces nerfs qui fait, comme on le sait, disparaître les intermittences naturelles au chien.

» Si l'éthylconine et l'iodure de diéthylconium amènent, comme la conine, l'empoisonnement rapide des nerfs pneumogastriques, ces substances en diffèrent par leur action moins énergique et plus passagère sur les nerfs

volontaires. Toutes choses égales d'ailleurs, la conine est plus toxique que l'éthylconine, et celle-ci plus que l'iodure de diéthylconium. C'est ainsi qu'il faut un temps relativement plus long pour amener la perte de l'excitabilité nerveuse par l'éthylconine que par la conine; et même par l'iodure de diéthylconium, la motricité n'est jamais qu'affaiblie.

» Un fait digne de remarque qu'il reste à indiquer, c'est que l'introduction du radical éthyle dans la conine abolit la période de convulsions qui précède la paralysie du mouvement dans l'empoisonnement par cet alcaloïde; le fait est surtout très-manifeste dans l'empoisonnement par l'iodure de diéthylconium, où l'animal tombe paralysé des mouvements volontaires sans que cette paralysie soit précédée des moindres convulsions.

» L'introduction de l'éthyle dans la conine agit donc dans le même sens que l'introduction de ce même radical dans la strychnine.

» Pendant que nous exécutions ces expériences à Paris, MM. Crum, Brown et Fraser, avec qui nous nous sommes mis en relation par suite des travaux communs auxquels nous nous livrons, poursuivaient de leur côté cette étude à Edimbourg. Ils ont dû faire connaître aujourd'hui même à la Société Royale le résultat de leurs recherches. De cette façon, nous pourrons contrôler les uns par les autres nos résultats et leur donner plus de poids. »

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la symétrie de structure des végétaux.* Note de **M. Ph. Van Tieghem**, présentée par M. Decaisne.

« Tous les organes des végétaux acrogènes se rattachent à trois types fondamentaux, la racine, la tige et la feuille, qu'il est nécessaire de définir par un caractère tiré de leur structure intime, si l'on veut donner à l'anatomie comparée des plantes une base qui lui manque jusqu'à présent. J'espère y avoir réussi, et j'ai l'honneur de présenter à l'Académie le résumé général des recherches anatomiques que je poursuis depuis trois années dans ce but, et qui ont porté sur les principales modifications des trois organes fondamentaux dans toute la série des végétaux acrogènes. Ce Mémoire se divise en deux parties : la première expose, en trois chapitres distincts, la structure du système vasculaire de la tige, de la racine et de la feuille, et démontre la généralité des caractères anatomiques propres à chacun des trois organes, et qui doivent leur servir de définition; la seconde applique les caractères ainsi établis à la solution d'une série de questions encore controversées, et l'étude de chacun de ces problèmes y occupe un chapitre

spécial. En attendant qu'il me soit permis de publier l'ensemble de ce travail, je donne une idée générale de ses principales divisions.

» I. — 1. *Racine.* — Partout où elle existe, c'est-à-dire chez tous les végétaux vasculaires, la racine, qu'elle soit d'ailleurs principale ou secondaire, normale ou adventive, possède la même organisation fondamentale (1). Toujours le corps central de la jeune racine contient un nombre déterminé de faisceaux de deux sortes, les uns exclusivement libériens, les autres exclusivement vasculaires, dont le développement est centripète et dont l'alternance régulière sur une même circonférence donne à l'organe tout entier une symétrie parfaite par rapport à son axe de figure (2). Chez les Cryptogames vasculaires, les Monocotylédones et beaucoup de Dicotylédones, cette structure se conserve sans se compliquer, et la racine ne s'épaissit pas; mais chez un grand nombre d'autres Dicotylés, il subsiste au bord interne de chaque faisceau libérien un arc générateur qui forme, par les progrès de l'âge, à l'intérieur et de dedans en dehors, des vaisseaux et des fibres, à l'extérieur, sous le groupe libérien, et de dehors en dedans, de nouveaux éléments libériens: de là des faisceaux doubles secondaires qui, continuant toujours à se développer pendant que les faisceaux simples primitifs demeurent stationnaires, acquièrent bientôt sur eux une prépondérance de plus en plus marquée, et refoulent sans cesse en dehors les groupes libériens auxquels ils sont superposés, tandis qu'au fond des rayons médullaires qui les séparent se trouvent désormais relégués les groupes vasculaires cunéiformes, lieux d'insertion des radicelles. Ces formations secondaires n'altèrent pas la symétrie du système; mais, comme elles se développent exactement de la même manière dans la tige et dans la racine, et qu'elles y prédominent de plus en plus sur les formations primaires, qui présentent, nous allons le voir, des différences essentielles dans ces deux organes, il en résulte que, sans les détruire jamais, elles marquent cependant de plus en plus profondément ces différences : de là l'opinion généralement admise, mais erronée, suivant laquelle la racine et la tige des Dicotylédones pos-

---

(1) M. Nägeli a, le premier, entrevu la structure générale de la racine (*Beiträge*, Heft I; 1858), et il a publié tout récemment, en commun avec M. Leitgeb, de nouvelles observations sur ce sujet tirées surtout de l'étude des Cryptogames vasculaires (Heft IV; 1868). Il me sera permis d'ajouter que mes recherches sur ce point étaient terminées lorsque j'ai eu connaissance des travaux de M. Nägeli; que, par conséquent, elles en étaient et en sont demeurées complétement indépendantes, et que je les ai entreprises et poursuivies à un point de vue tout différent.

(2) L'exception que présente à cet égard la racine des *Selaginella* n'est qu'apparente.

séderaient la même structure anatomique, tandis qu'il en serait tout autrement chez les Monocotylédones, suivant laquelle encore la racine aurait dans les plantes de ces deux embranchements une organisation essentiellement différente.

» 2. *Tige.* — La jeune tige possède, elle aussi, des faisceaux vasculaires et libériens, mais ils n'y sont plus isolés côte à côte et alternes sur le même cercle, comme dans la racine : ils sont, au contraire, superposés l'un à l'autre, le libérien en dehors, le vasculaire en dedans, et intimement unis en faisceaux doubles libéro-vasculaires; de plus, le groupe de vaisseaux présente sa pointe en dedans au lieu de la tourner en dehors ; il est centrifuge au lieu d'être centripète. Les faisceaux de la tige sont donc doubles, d'une seule espèce, et leurs deux moitiés, l'extérieure centripète, l'intérieure centrifuge, sont superposées sur le même rayon ; les faisceaux de la racine sont simples, de deux sortes, tous centripètes, et ils alternent côte à côte sur la même circonférence. Où s'opèrent le passage de l'alternance à la superposition et la demi-rotation simultanée du groupe vasculaire par laquelle de centrifuge il devient centripète, là finit la racine et commence la tige, là est la limite anatomique entre les deux parties de l'axe végétal; ce passage est brusque, et par conséquent cette limite peut être déterminée dans tous les cas avec précision.

» Les faisceaux doubles de la tige sont d'ailleurs toujours, comme les faisceaux simples de la racine, disposés et orientés au milieu du parenchyme avec une symétrie parfaite par rapport à une droite, et cette condition commune devient ainsi le caractère anatomique de l'axe végétal tout entier. Quelques explications sont ici nécessaires. Pour établir que la tige possède en effet, dans toutes ses manifestations, la symétrie de structure que nous lui assignons, il faut l'étudier d'abord dans les systèmes organiques où sa nature axile se montre dans toute sa pureté, c'est-à-dire où elle ne produit pas d'appendices à sa surface; l'appendice, en effet, en enlevant à l'axe une partie des faisceaux qui le constituent, agit sur lui comme une cause perturbatrice dont il faut tout d'abord savoir écarter l'influence. Les pédicelles floraux, les axes d'inflorescences dépourvus de bractées, sont dans ce cas, et ces organes ont toujours leurs faisceaux disposés et orientés symétriquement par rapport à une ligne. On passe ensuite aux tiges qui produisent des appendices, mais des appendices tellement réduits, que la perturbation qu'ils exercent sur l'axe est négligeable et ne suffit pas à en altérer la symétrie (axes d'inflorescences pourvus de bractées, tiges munies de feuilles rudimentaires), et l'on arrive aux tiges qui portent des feuilles bien développées.

Si ces feuilles sont opposées ou verticillées, la perturbation que chacune d'elles apporte se faisant sentir symétriquement tout autour de l'axe, celui-ci conserve sa symétrie circulaire; si elles sont alternes, il s'établit une différence de phase entre les perturbations; mais, comme cette différence de phase est constante, il suffit de substituer à la symétrie circulaire la symétrie spiralée pour que le caractère général se conserve.

» Ceci s'applique à tous les végétaux acrogènes, mais les Monocotylédones ont dû être, dans ce travail, l'objet d'une étude approfondie. Il est, en effet, généralement admis que, dans la tige de ces plantes, les faisceaux sont disséminés dans le parenchyme, et cette dispersion est même le caractère anatomique que l'on invoque le plus volontiers pour séparer cet embranchement de celui des Dicotylédones. Au contraire, en étudiant successivement les axes purs non appendiculés, les tiges munies d'appendices peu développés, les tiges feuillées mais dont les feuilles n'entraînent qu'un nombre limité de faisceaux, j'établis que les faisceaux sont partout disposés et orientés par rapport à une droite avec la plus admirable symétrie; seulement cette symétrie, toujours présente, devient de plus en plus difficile à apercevoir à mesure que le nombre des faisceaux de chaque feuille est plus considérable et que les feuilles sont plus rapprochées. L'arrangement extérieur des appendices des Monocotylédones est d'ailleurs lié à la symétrie de structure de l'axe qui les porte, par une relation nécessaire qu'il fallait mettre en évidence. Amené ainsi à étudier les dispositions de feuilles qui ne rentrent pas dans les séries connues, j'ai réussi à élargir, tout en le simplifiant, le cadre des divergences pour y introduire les dispositions nouvelles. Enfin, étendant à la structure des végétaux la loi des proportions définies et celle des combinaisons en proportions multiples, j'ai pu rendre compte de la manière dont s'engendrent toutes ces dispositions, trouver l'équation qui les donne toutes, et détruire ainsi par sa base la théorie des angles limites de Bravais.

» 3. *Feuille*. — Les faisceaux de la feuille sont doubles et d'une seule espèce, comme ceux de la tige dont ils ne sont que les terminaisons, mais c'est d'une tout autre manière qu'ils sont disposés et orientés au milieu du parenchyme. En effet, en analysant dans cette partie de mon travail une multitude d'exemples tirés surtout des plantes où le grand nombre des faisceaux du pétiole, joint à leur disposition presque circulaire ou à leur apparente dissémination, exige un examen approfondi, je montre que, dans toute la série des végétaux appendiculés, la feuille n'a ses faisceaux disposés et orientés symétriquement que par rapport au plan qui contient

l'axe de symétrie de la tige et le rayon d'insertion (1). Ainsi, tandis que l'axe végétal est symétrique par rapport à une droite, l'appendice n'est symétrique que par rapport à un plan.

» II. — *Applications.* — Ces caractères généraux étant établis et pouvant toujours se reconnaître sur un mince fragment d'un organe douteux quelconque, leur réciproque étant d'ailleurs évidente, je les applique à la solution d'une série de questions encore indécises. Pour n'en énoncer ici que quelques-unes, je me suis appliqué à déterminer : 1° la part qui revient, dans l'organisation florale, à l'axe et aux appendices: j'ai consacré à l'étude de cette question un Mémoire spécial que l'Académie a daigné couronner et dont elle a ordonné l'insertion au *Recueil des Savants étrangers;* ce travail n'est donc qu'une des applications de la méthode dont je suis en mesure de démontrer aujourd'hui la généralité; 2° la nature des diverses espèces de vrilles, notamment de celles des Cucurbitacées; 3° la limite précise qui sépare la tige de la racine principale, tant chez les Monocotylédones que chez les Dicotylédones; 4° la nature du cotylédon des graminées; 5° la position à 120 ou à 144 degrés des cotylédons de certaines Dicotylédones; 6° le nombre réel des cotylédons de quelques conifères; 7° la nature morphologique des diverses espèces de tubercules, etc. »

M. Zantedeschi adresse divers documents, manuscrits ou imprimés, écrits en italien et relatifs à la météorologie de l'Italie.

Ces documents seront soumis, comme les précédents, à l'examen de M. Edm. Becquerel.

A 5 heures un quart, l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 6 heures. É. D. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans la séance du 4 janvier 1869, les ouvrages dont les titres suivent :

Compte rendu des travaux de la VIe *session du Congrès international de Statistique réuni à Florence les 29 septembre,* 1, 2, 3, 4 *et* 5 *octobre* 1867; *publié*

---

(1) Il est inexact de dire, avec M. Lestiboudois (*Ann. des Sc. nat.*, 3e série, t. X, p. 136), que les feuilles des Monocotylédones sont dépourvues de nervure médiane.

par l'ordre de S. Exc. M. de Blasiis, *Ministre de l'Agriculture, de l'Industrie et du Commerce, sous la direction du* Dr Pierre Maestri. Florence, avril 1868; grand in-4°.

Annuaire philosophique; *par* M. L.-A. Martin, t. V, 1868. Paris, 1869; in-8°.

De l'extinction des espèces; par M. P.-J.-B. Chérubin. Paris, 1868; in-12. (Adressé par l'auteur au concours du prix Cuvier, 1869.)

Annuario... *Annuaire de la Société des Naturalistes de Modène*, 3e année. Modène, 1868; in-8°.

Intorno... *Note sur l'influence de l'électricité sur la formation de la grêle; par* M. le professeur Fr. Zantedeschi. Padoue, 1860; in-8°.

Intorno... *Note sur la distribution du calorique dans l'atmosphère italienne; par* M. le professeur Fr. Zantedeschi. Sans lieu ni date; br. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 4 janvier 1869.)

Page 11, ajouter aux Correspondants pour la Section de Botanique :

M. Mohl (Hugo de), à Tübingue.

Page 15, après le paragraphe relatif aux *Comptes rendus de l'Académie*, ajouter :

Table générale des Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, tomes XXXII à LXI (6 janvier 1851 à 30 décembre 1865). — Il y a cent une feuilles de tirées, cinq feuilles en épreuves, et environ huit feuilles de copie.

Page 19, dernière ligne, *au lieu de* 37, *lisez* 54.

Page 23, ligne 6, *au lieu de* 1634, *lisez* 1734.

Page 30, ligne 20, *au lieu de* François de Paul, *lisez* Vincent de Paul.

Page 35, ligne 5, en remontant, *au lieu de* Sur ce sujet, *lisez* Sur ce, .

Page 41, ligne 2, en remontant, *au lieu de* mandé, *lisez* demandé.